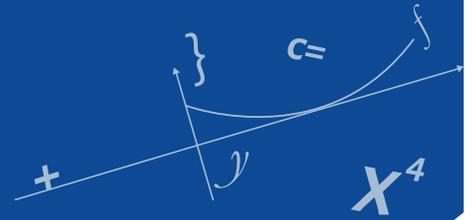


# Reconocimiento de las funciones inversas



## Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado: 9°

UoL\_03: Extrayendo información de nuestro entorno: el análisis de tablas y gráficos

LO\_04: Construcción del concepto de función

Recurso:

Grado: 10°

UoL\_01: Reconozcamos otras características de la función.

LO\_03: Identificación de diferentes representaciones de funciones.

Recurso:

Grado: 10°

UoL\_01: Reconozcamos otras características de la función.

LO\_04: Clasificación de funciones.

Recurso:

## Objetivos de aprendizaje

Determinar cuándo una función tiene inversa.  
Reconocer el concepto de función inversa.

## Habilidad / Conocimiento (H/C)

1. Identifica en situaciones problema la necesidad de encontrar una expresión que le permita encontrar las anti imágenes de una función.
2. Deduce la manera de encontrar funciones inversas en situaciones funcionales.
3. Reconoce las características que debe tener una función para poder encontrarle una función inversa.
4. Halla la función inversa de funciones a través de sus diferentes representaciones.

1. **Introducción:** ¿A qué país corresponde? [H/C 1]
2. **Objetivos de aprendizaje.**
  - 2.1 **Actividad 1:** ¿A quién corresponde? [H/C 1]
  - 2.2 **Actividad 2:** Invirtiendo la transformación. [H/C 2]
  - 2.3 **Actividad 3:** Caracterizando la inversión. [H/C 2- H/C 3]
  - 2.4 **Actividad 4:** Definición: función inversa. [H/C 3]
  - 2.5 **Actividad 5:** Encontrando la inversa [H/C 4]
3. **Resumen:** Reflexionando.
4. **Tarea**

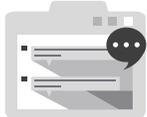
**Guía de valoración**

Los estudiantes, a través de situaciones en contexto, reconocen la necesidad de hallar una función que modele el proceso inverso de otra función definida. Reconocen el algoritmo para hallar la función inversa de una función definida y diserta sobre si la expresión obtenida es o no una función. Luego, a partir de la representación gráfica de una función dada, realiza la representación gráfica de la función inversa, y con ayuda de la función identidad “ $y=x$ ” define si es o no la presentación más próximo a la real.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 	<p>Introducción</p>	<p>1. ¿A qué país corresponde?</p> <p><i>[H/C 1 Identifica en situaciones problema la necesidad de encontrar una expresión que le permita encontrar las anti imágenes de una función]</i></p> <p>El docente presenta un Recurso interactivo, basado en un formato de juego-concurso, en el cual se presenta:</p> <p>El mapa de Suramérica y se presenta la función “<math>g</math>” que establece la relación entre el conjunto de los países suramericanos y el conjunto de las capitales de cada país.</p> <p>La función definida será:</p> <p>“Sea <math>P</math> el conjunto de los países de Suramérica y <math>C</math> el conjunto de las capitales de los países suramericanos.</p>	<p>Recurso interactivo</p> <p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Se define la función <math>g</math>, así:</p> $g(p) = \{c \in C \mid c \text{ es la capital de } p\}$ <p>Luego, se muestra al estudiante la asignación de cada uno de los países con cada capital.</p> <p>El docente debe hacer énfasis en que la función “<math>g</math>” que relaciona los países y sus capitales es una función <b>biyectiva</b>, es decir, es una función inyectiva y sobreyectiva; ya que, cada capital corresponde a un y solo un país (inyectividad) y todas las capitales están relacionadas con un país (sobreyectividad).</p> <p>2. El mapa de Suramérica en el cual se puede seleccionar de manera interactiva un país sobre el mapa y le aparecerá la pregunta en pantalla</p> <p>¿A qué país corresponde la capital... (del país seleccionado)...?</p> <p>Y empezará a correr el tiempo para responder la pregunta. Cada usuario tendrá treinta (30) segundos para responder el mayor número de preguntas posibles.</p> <p>El estudiante tomará nota en el <b>material del estudiante</b>, de cada una de las correspondencias de cada país para cada capital puesta en juego.</p> <p>Después de jugar con el recurso, el docente debe presentar una capital cualquiera y debe preguntar, por ejemplo:</p> <p>¿A qué país corresponde <b>Asunción</b>?</p> <p>A partir de esta situación, se debe hacer énfasis en la necesidad de proponer una función que defina el</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>país al cual corresponde una capital dada, es decir, definir una función que haga el <b>proceso inverso</b> de <math>g</math>, esto es, hallar la función inversa <math>g^{-1}</math>.</p> <p>El docente presenta a través del recurso interactivo la pregunta:</p> <p>¿Cómo podríamos definir el proceso inverso de <math>g</math>, es decir, la función inversa denotada por <math>g^{-1}</math>?</p> <p>El estudiante tomará nota en el <b>material del estudiante</b>, de ideas de cómo puede definirse la función inversa <math>g^{-1}</math>, recordando que la función <math>g</math> se definió así:</p> $g(p) = \{c \in C \mid c \text{ es la capital de } p\}$ <p>Finalmente, el docente presenta en el recurso interactivo una pregunta:</p> <p><b>¿De qué forma podríamos definir otros procesos inversos en la vida diaria?</b></p> <p>y presenta tres ejemplos en los cuales se evidencia la existencia de un proceso inverso para situaciones del diario vivir, a saber:</p> <p>a) Cuando se usa un videojuego de fútbol, la combinación de botones presionados generan un movimiento del jugador en pantalla, si el jugador de tu compañero de juego hace un movimiento que tú no conoces, te preguntas ¿qué combinación de botones realizó para hacer el movimiento específico?</p> <p>b) Cuando se define el número de identificación a una persona por su nombre, el proceso inverso sería ¿a quien (el nombre propio) corresponde el número de identidad dado?</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>c) Los asientos numerados del salón que están ocupados con alguien definen una función así: “(la persona)... está en el asiento ... (número)”, así el proceso inverso se puede definir como, “... a quien corresponde este asiento ...”</p> <p>El propósito de esta actividad es que el estudiante, a partir de situaciones del contexto real, reconozca la necesidad de definir una expresión que le permita encontrar las anti imágenes de una función.</p>	
<b>Objetivos</b> 		<p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar.</p> <p>Luego, el profesor presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>	<b>Recurso Interactivo</b>
<b>Contenido</b> 	<b>El docente presenta el tema</b>	<p><b>Actividad 1: ¿A quién corresponde?</b></p> <p><i>[H/C 1: Identifica en situaciones problema la necesidad de encontrar una expresión que le permita encontrar las anti imágenes de una función]</i></p> <p>El docente presenta una animación sobre la situación de la “Edad del feto”.</p> <p><b>Edad del feto</b></p> <p>La longitud, “L”, de un feto humano de más de 12 semanas puede estimarse por medio de la fórmula</p> $L = (1,53 \text{ cm/semanas}) * t - 6,7 \text{ cm}$ <p><i>En donde “L” está en centímetros y “t” está en semanas desde la concepción.</i></p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p><i>Un tocólogo utiliza la longitud del feto, medido por medio de ultrasonido, para determinar la edad aproximada del feto y establecer una fecha de parto para la madre. (Haeussler &amp; Paul, 2003, p. 135)</i></p> <p>En la animación de la situación: Edad del feto, se muestra la representación gráfica del modelo matemático en la que se da la asignación de la longitud del feto (<i>Imagen</i>) correspondiente a cada semana transcurrida (<i>Pre-imagen</i>).</p> <p>El estudiante debe responder en el <b>material del estudiante</b> las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 11,7 centímetros?</li> <li>2. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 37,7 centímetros?</li> <li>3. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 56 centímetros?</li> <li>4. A partir de la representación gráfica, ¿podríamos deducir cual es la semana en que se encuentra el feto, si tenemos la longitud estimada del feto?</li> </ol> <p>El docente debe hacer énfasis en que la situación presentada es, en particular, una función biyectiva.</p> <p><b>Nota:</b> <i>ser función biyectiva, es una condición necesaria y suficiente para que la función que modele una situación tenga una función inversa; pero esto será presentado en una actividad siguiente de este LO.</i></p> <p>El propósito de esta actividad, es que el estudiante, a partir de la inspección y de la deducción logre intuir o descubrir las anti imágenes para cada valor en el rango,</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>de la situación en estudio respectivamente; y por consiguiente, reconocer la importancia de encontrar una expresión que permita establecer, de manera general, cuáles son las anti imágenes de cada valor del rango de la función.</p>	
		<p><b>Actividad 2:</b></p> <p><i>[H/C 2: Deduce la manera de encontrar funciones inversas en situaciones funcionales]</i></p> <p>1. El docente presenta una ilustración en la que un personaje muestra cinco pasos para hallar la función inversa de una función definida, a saber:</p> <p><b>Paso 1.</b> Se sustituye <math>f(x)</math> por <math>y</math> en la función dada.</p> <p><b>Paso 2.</b> Se intercambian <math>x</math> por <math>y</math> para obtener <math>x=f(y)</math>.</p> <p><b>Paso 3.</b> Se despeja la variable <math>y</math>.</p> <p><b>Paso 4.</b> En la solución se escribe <math>f^{-1}(x)</math> en vez de <math>y</math>.</p> <p><b>Paso 5.</b> Se verifica si la expresión obtenida, es una función.</p> <p>2. El docente presenta un recurso interactivo que consiste: primero, de una caricatura en la cual dos estudiantes están realizando una tarea. La tarea pide que se halle la función inversa de una función dada (un personaje le enseña al otro los pasos hallados).</p> <p>Segundo, a dos columnas se presenta, a un lado las funciones a estudiar y al otro lado una tabla en la que se muestran los cinco pasos resueltos de cada función propuesta.</p>	<p><b>Recurso Interactivo</b></p> <p><b>Material del estudiante</b></p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>El estudiante, de manera sincronizada por el docente) con el recurso interactivo, hallará la función inversa (si existe) y escribe su procedimiento y respuesta en el <b>material del estudiante</b>.</p> <p>El docente debe orientar al estudiante en el ordenamiento natural de las imágenes al invertir los valores de las tablas correspondientes a cada función inversa, es decir, ordenar las imágenes de la función dada de mayor a menor, en la tabla de la función inversa.</p> <p>El docente orienta al estudiante sobre la simetría axial existente entre la representación gráfica de una función y de la representación gráfica de su función inversa, con respecto a la gráfica de la recta “<math>y=x</math>”.</p> <p>El propósito es que el estudiante reconozca la manera analítica de encontrar la función inversa de una función dada.</p>	
		<p><b>Actividad 3: Caracterizando la inversión.</b></p> <p><i>[H/C 2: Deduce la manera de encontrar funciones inversas en situaciones funcionales]</i></p> <p><i>[H/C 3: Reconoce las características que debe tener una función para poder encontrarle una función inversa].</i></p> <p>El docente presenta un conjunto de imágenes para tres funciones que serán clasificadas con respecto a su biyectividad, en las cuales se muestra:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. El enunciado de la situación en contexto.</li> <li>2. El cálculo de la función inversa de una función definida (cuatro pasos).</li> <li>3. La representación gráfica de la función dada y su función inversa.</li> </ol>	<p><b>Recurso interactivo</b></p> <p><b>Material del estudiante</b></p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p><b>Nota 1:</b> se sugiere al docente seguir el orden de presentación dispuesto anteriormente.</p> <p><b>Nota 2:</b> para realizar los estudios de la función inversa en su representación gráfica, se redefinen las funciones dadas de <math>R</math> a <math>R</math>, ya que en algunos casos los valores discretos de la variable independiente no permiten una representación gráfica más dicente.</p> <p>El docente debe consultar a los estudiantes si la expresión obtenida tanto analíticamente como gráficamente, es o no función. Luego, pide al estudiante que clasifique las funciones iniciales entre ser o no funciones biyectivas.</p> <p>El docente pide a los estudiantes que analicen si las funciones clasificadas como biyectivas tienen o no función inversa. Análogamente, se indaga sobre las funciones clasificadas como NO biyectivas.</p> <p>El estudiante tomará nota en el <b>material del estudiante</b> de las funciones que se presentaron y que tienen función inversa; debe escribir sus características como dominio, rango y si es o no biyectiva.</p> <p>El propósito es que el estudiante reconozca la manera de encontrar funciones inversas y las características básicas que debe cumplir una función para tener función inversa.</p> <p><b>Actividad 4: Definición: función inversa.</b></p> <p><i>[H/C 3: Reconoce las características que debe tener una función para poder encontrarle una función inversa]</i></p> <p>El docente presenta una imagen con la definición formal de función inversa.</p> <p><b>“Se llama función inversa o recíproca de <math>f</math> a otra función <math>f^{-1}</math> que cumple que:</b></p>	<p>Texto</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Si <math>f(a) = b</math>, entonces <math>f^{-1}(b) = a</math>.</p> <p><i>Observación: La notación <math>f^{-1}</math> se refiere a la inversa de la función <math>f</math> y no al exponente <math>-1</math> usado para números reales. Únicamente se usa como notación de la función inversa.</i></p> <p>El propósito es formalizar el concepto de función inversa, justo después de realizar el reconocimiento de las características básicas de una función inversa presentada en la <b>Actividad 3: Caracterizando la inversión</b></p> <p><b>Actividad 5: Encontrando la inversa</b></p> <p><i>[H/C 4: Halla la función inversa de funciones a través de sus diferentes representaciones]</i></p> <p>El docente presenta un recurso interactivo en el cuál se elige una de las tres situaciones en contexto propuestas, para las cuales se presenta el enunciado de la situación, una pregunta de indagación, una representación de la función en estudio y el cálculo de la función inversa.</p> <p>El docente pide a los estudiantes que calculen y/o identifiquen según el caso, la función inversa de las funciones.</p> <p>El docente debe hacer énfasis en que la función que tiene inversa, es una función biyectiva.</p> <p>El estudiante escribe, en el <b>material del estudiante</b>, el procedimiento para calcular la función inversa y la respuesta final para cada situación.</p> <p>Luego, el docente muestra a los estudiantes en pantalla el cálculo (paso a paso) de la función inversa para cada situación presentada según corresponda.</p> <p>El estudiante realizará un doblez a través de la línea recta que representa la función</p>	<p>Recurso interactivo</p> <p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>identidad “<math>y=x</math>” en el plano cartesiano, para comprobar que la gráfica de la función inversa realizada por él mismo coincide con el reflejo de la gráfica de la función dada.</p> <p>El estudiante después de verificar que la expresión inversa calculada es una función, deberá calcular con la función inversa, según aplique el caso, algunas imágenes pedidas a partir de las preguntas planteadas.</p> <p>El propósito es que el estudiante determine para cada una de las funciones dadas, a través de sus diferentes representaciones, la función inversa y la emplee en la resolución de preguntas propuestas.</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Conclusión y cierre</p>	<p><b>Actividad: Reflexionando.</b></p> <p>El docente presenta en pantalla un recurso interactivo que permite escribir las respuestas propuestas para las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Existe una función inversa para cada función? <i>No, ya que existen muchas funciones que al invertir las, los elementos del dominio de la función inversa (el rango de la función original) poseen más de una imagen, lo cual NO caracteriza una función.</i></li> <li>2. ¿Es posible encontrar la función inversa de una función sobreyectiva? <i>Sí, siempre y cuando a cada elemento del rango le corresponda una sola anti-imagen, es decir, si la función es también inyectiva.</i></li> <li>3. ¿Es posible encontrar la función inversa de una función inyectiva? <i>Sí, siempre y cuando todo elemento del rango esté relacionado, es decir, si la función es también sobreyectiva.</i></li> <li>4. Escribe los pasos para poder hallar la función inversa de una función dada en su representación algebraica.</li> </ol>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p><b>Paso 1.</b> Se sustituye <math>f(x)</math> por <math>y</math> en la función dada</p> <p><b>Paso 2.</b> Se intercambian <math>x</math> por <math>y</math> para obtener <math>x=f(y)</math></p> <p><b>Paso 3.</b> Se despeja la variable <math>y</math></p> <p><b>Paso 4.</b> En la solución se escribe <math>f^{-1}(x)</math> en vez de <math>y</math></p> <p><b>Paso 5.</b> Se verifica si la expresión obtenida, es una función.</p> <p>El docente debe hacer énfasis en que la biyectividad es una condición necesaria y suficiente para que una función tenga función inversa.</p> <p>El estudiante debe escribir las respuestas propuestas a cada pregunta en el <b>material del estudiante</b>.</p> <p>A través de esta actividad, los estudiantes podrán recopilar los conceptos, características y procedimientos relacionados con una función inversa.</p>	
<p><b>Tarea</b></p> 	<p><b>Evaluación (Post clase)</b></p>	<p>Los estudiantes indagan en textos académicos, en la web o proponen a partir de su experiencia, tres (3) funciones que modelen situaciones-problema de la vida cotidiana, para las cuales se pueda hallar su función inversa, es decir, debe buscar funciones que sean biyectivas.</p> <p>El estudiante halla la función inversa para cada una de las funciones propuestas de las situaciones presentadas.</p> <p>Se deja al criterio del docente la opción de formar o no, grupos de trabajo.</p> <p>Con estas actividades, el estudiante fortalece su capacidad de reconocer, identificar y</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>calcular funciones inversas que modelen situaciones de la vida diaria.</p> <p>Se propone que para la siguiente clase, el estudiante socialice el desarrollo de las tareas entre sus compañeros. Si se cuenta con acceso a internet y equipos computacionales, se puede proponer la participación en un Foro.</p>	
<p>Lista de Referencia</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Bessey, C. A., &amp; Bessey, E. A. (1898, Abril). Further notes on thermometer crickets. The American Naturalist, 32(376), 263-264. Retrieved from <a href="http://www.jstor.org/stable/2452666">http://www.jstor.org/stable/2452666</a>.</i></li> <li>• <i>Haeussler, E., &amp; Paul, R. (2003). Matemáticas para admionistración y economía. México: Pearson Educación.</i></li> </ul>	