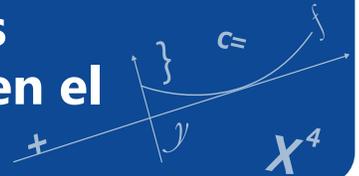


# Traslación de gráficas de las funciones trigonométricas en el plano coordenado



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

**Grado 10:**

**UoL\_2:** La trigonometría, un estudio de la medida del ángulo a través de las funciones

**LO\_03:** Caracterización de las razones trigonométricas

**Grado 11:**

**UoL\_2:** La trigonometría, un estudio de la medida del ángulo a través de las funciones

**LO\_04:** Representación gráfica de las funciones trigonométricas

**Materiales:** Hojas milimetradas, regla, lapiceros, calculadora científica o graficadora o computador con geogebra.

Objetivos de aprendizaje

- Realizar movimientos en el plano con las funciones trigonométricas.
- Realizar traslaciones verticales con las funciones trigonométricas
- Realizar traslaciones horizontales con las funciones trigonométricas.
- Realizar traslaciones en el plano con las funciones trigonométricas.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

**SCO:** Desplaza verticalmente las funciones trigonométricas

1. Reconoce que las funciones de la forma  $f(x) + k$  se trasladan  $k$  unidades de forma vertical respecto a  $f(x)$  dependiendo el signo de  $k$ .
2. Identifica el incremento o disminución de los valores de la función en la representación tabular.
3. Realiza gráficas de funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$
4. Realiza modelos tridimensionales (funcionales) de funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$
5. Propone métodos para encontrar la expresión algebraica de funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$  a partir de la representación tabular.
6. Argumenta los procedimientos para determinar la expresión algebraica de funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$
7. Deducir la expresión algebraica de funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$  a partir de la gráfica.
8. Construye funciones trigonométricas de la forma  $f(x) + k$  con programas de computadora.

Habilidad /  
Conocimiento  
(H/C)

**SCO: Desplaza horizontalmente las funciones trigonométricas**

9. Reconoce que las funciones de la forma  $f(x + k)$  se trasladan  $k$  unidades de forma horizontal dependiendo el signo de  $k$ .
10. Identifica la traslación a derecha si  $k > 0$
11. Identifica la traslación a izquierda si  $k < 0$
12. Realiza gráficas de funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$
13. Realiza modelos tridimensionales (funcionales) de funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$
14. Propone métodos para encontrar la expresión algebraica de funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$  a partir de la representación tabular.
15. Argumenta los procedimientos para determinar la expresión algebraica funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$
16. Deduce la expresión algebraica de funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$  a partir de la gráfica.
17. Construye funciones trigonométricas de la forma  $f(x + k)$  con programas de computadora.

**SCO: Realizar traslaciones en el plano con las funciones trigonométricas**

18. Aplica traslaciones verticales y horizontales simultáneas sobre funciones trigonométricas.
19. Realiza gráficas de funciones trigonométricas de la forma  $f(x - h) + k$
20. Encuentra la representación algebraica de una función trigonométrica dada su gráfica.
21. Propone métodos para encontrar la expresión algebraica de una función trigonométrica dada su representación tabular.
22. Reconoce modelos trigonométricos en problemas de oscilaciones y ondas.
23. Construye funciones trigonométricas de la forma  $f(x - h) + k$  con programas de computadora.
24. Predice el comportamiento de gráficas de funciones trigonométricas a partir de alguna traslación.

Flujo de aprendizaje

**Introducción → Objetivos → Desarrollo → Resumen → Tarea**

1. **Introducción:** Observemos algunas variaciones de las funciones trigonométricas
2. **Objetivos de Aprendizaje**
3. **Desarrollo:**
  - 3.1. **Actividad 1:** Desplazando verticalmente funciones trigonométricas (H/C 1, H/C 2, H/C 3, H/C 4, H/C 5, H/C 6, H/C 7, H/C 8)
  - 3.2. **Actividad 2:** Desplazando horizontalmente funciones trigonométricas (H/C 9, H/C 10, H/C 11, H/C 12, H/C 13, H/C 14, H/C 15, H/C 16, H/C 17)
  - 3.3. **Actividad 3:** Traslado de funciones trigonométricas en el plano (H/C 18, , H/C 19, H/C 20, H/C 21, H/C 22, H/C 23, H/C 24)
4. **Resumen:** Reflexionando
5. **Tarea**

**Lineamientos evaluativos**

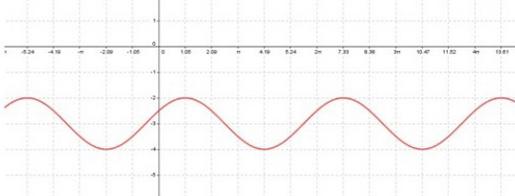
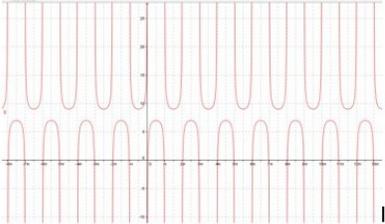
Los estudiantes por medio de una exploración de graficación de funciones trigonométricas con uso de programas o calculadoras graficadoras, pueden llegar a inferir la relación entre el desplazamiento de una función trigonométrica y la expresión algebraica de la función. Conocer la relación entre desplazamientos de las gráficas y términos de las expresiones algebraicas le permitirá graficar más funciones trigonométricas sin reducir su visualización a las funciones trigonométricas básicas.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p><b>Introducción</b></p> 	<p><b>Introducción</b></p>	<p><b>Observemos algunas variaciones de las funciones trigonométricas</b></p> <p>Se encuentra Rebeca y Nacho conociendo el laboratorio de física de una institución. Se detienen en un momento a experimentar con los resortes, donde surge una situación problema relacionada con el desplazamiento de la función seno al cuestionarse por una variación del punto inicial de la elongación de los resortes y cambios en el tiempo.</p> <p>Dentro del video surgen dos cuestionamientos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿USTEDES YA HAN DESCUBIERTO CUÁL FUNCIÓN ES LA DEL RESORTE 1?</li> <li>2. ¿ALGEBRÁICAMENTE QUE SE LE PUEDE HACER A LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA DE LA PRIMERA FUNCIÓN ROJA, PARA OBTENER LA NEGRA Y LA VERDE?</li> </ol>	<p><b>Video</b></p> <p><b>Material del estudiante</b></p>
<p><b>Objetivos</b></p> 		<p><b>Objetivos de aprendizaje</b></p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar.</p> <p>Luego, el profesor presenta en un recurso los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>	<p><b>Texto</b></p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p><b>Actividad 1: Desplazando verticalmente funciones trigonométricas (H/C 1, H/C 2, H/C 3, H/C 4, H/C 5, H/C 6, H/C 7, H/C 8)</b></p> <p>Inicialmente se presenta un ejercicio haciendo uso del programa geogebra o de una calculadora graficadora, donde el estudiante experimenta observando las gráficas de funciones trigonométricas que se desplazan verticalmente comparadas con una función trigonométrica básica. El objetivo es que el estudiante infiera que ocurre en la gráfica cuando a la función se le suma o resta un valor.</p> <p>Si es necesario el docente debe recordar como graficar las funciones en geogebra realizando un ejemplo general, donde se escribe la función en entrada con las notaciones requeridas y se da enter.</p> <p>Si el estudiante no cuenta con el programa, el docente puede proponer realizar el ejercicio con menos funciones, haciendo uso de tablas de valores, usando la calculadora científica y graficando en hojas milimetradas.</p> <hr/> <p>En un segundo momento se indica en que caso se traslada una función verticalmente, diferenciando el desplazamiento hacia arriba o hacia abajo, desde el signo del valor que se suma a la función, evidenciando cada elemento a través de ejemplos.</p> <hr/> <p>Por medio de una actividad de básquet el estudiante se enfrenta a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la expresión algebraica de una función trigonométrica a partir de la tabla de valores.</li> <li>• Determinar la expresión algebraica de una función trigonométrica a partir de la gráfica.</li> <li>• Realizar las gráficas de las funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p><b>Recurso HTML</b></p> <hr/> <p><b>Animación</b></p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>En cada uno de los retos el estudiante contará, con ayudas, donde se especifica paso a paso, que se debe hacer.</p>	
		<p>Finalmente se propone al estudiante construir una maqueta del terreno de una pista de bicigrós haciendo uso de una función trigonométrica desplazada verticalmente.</p>	<p><b>Material del estudiante</b></p>
		<p><b>Actividad 2: Desplazando horizontalmente funciones trigonométricas (H/C 9, H/C 10, H/C 11, H/C 12, H/C 13, H/C 14, H/C 15, H/C 16, H/C 17)</b></p> <p>Haciendo uso de geogebra se realiza el ejercicio de observar cambios de funciones trigonométricas básicas que se desplazan horizontalmente. La actividad indaga acerca de qué ocurre cuando se suma o resta un valor a la variable <math>x</math> de la función. El objetivo es propiciar una actividad donde el estudiante pueda llegar a inferir elementos de relación entre la expresión algebraica y el desplazamiento horizontal de la función.</p> <p>Cuando el estudiante ya ha experimentado el personaje de la presentación concluye elementos acerca de los desplazamientos a derecha y a izquierda haciendo uso de ejemplos para cada caso.</p> <p>Como actividad de práctica el estudiante tendrá el mismo juego de la actividad anterior, contando con retos de desplazamiento horizontal de gráficas, donde se debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la expresión algebraica de una función trigonométrica, a partir de la tabla de valores.</li> <li>• Determinar la expresión algebraica de una función trigonométrica, a partir de la gráfica.</li> <li>• Realizar las gráficas de las funciones trigonométricas propuestas.</li> </ul>	<p><b>Recurso HTML</b></p> <p><b>Animación</b></p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		En cada uno de los retos se contará con la ayuda de Rebeca o de Nacho.	
		Para finalizar se propone la construcción de otro tramo de la pista, pero teniendo como base una función trigonométrica desplazada horizontalmente.	<b>Material del estudiante</b>
		<p><b>Actividad 3: Trasladando funciones trigonométricas en el plano (H/C 18, H/C 19, H/C 20, H/C 21, H/C 22, H/C 23, H/C 24)</b></p> <p>Se propone de nuevo una actividad en geogebra donde el estudiante grafica una serie de funciones trigonométricas que llevan inmerso un desplazamiento vertical y horizontal. Se plantea una serie de preguntas buscando que los estudiantes predigan los desplazamientos y después comprueben observando las gráficas obtenidas.</p> <p>Se inicia con una explicación puntual del caso donde la traslación de la función trigonométrica lleva inmerso un desplazamiento vertical y horizontal a la vez por medio de un ejemplo. Se propone como actividad la comparación de dos funciones trigonométricas que representan ondas de sonido, cuestionando por la amplitud y el periodo. En este caso se espera que el estudiante grafique trasladando funciones y las compare</p>	<p><b>Animación</b></p> <p><b>Material del estudiante</b></p>
		<p>Se plantea una actividad de clasificación, donde el estudiante debe identificar, a partir de la expresión algebraica, el tipo de desplazamiento que sufre:</p> <p>Verticales hacia arriba  Verticales hacia abajo  Horizontal a derecha  Horizontal a izquierda  Vertical y horizontal.</p>	<b>Animación</b>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<b>Resumen</b> 	<b>Resumen</b>	<b>Reconociendo</b> <p>El estudiante debe completar un cuadro sinóptico, donde se identifica la relación de las expresiones algebraicas de funciones trigonométricas trasladadas y el cambio a nivel gráfico.</p>	<b>Recurso Interactivo</b>
<b>Tarea</b> 	<b>Tarea</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li> <b>Graficar las siguientes funciones trigonométricas.</b>  <math display="block">Y = 2 + \text{sen}(x + 2\pi)</math> <math display="block">Y = -3 + \text{cos}(x - 2\pi)</math> <math display="block">Y = 7 + \text{tan}(x - 2\pi)</math> </li> <li> <b>Apartir de la gráfica infiere la expresión algebraica de las funciones</b>      </li> </ol>	<b>Texto</b>