

Uso de las razones trigonométricas en la geometría clásica



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado 10:

UoL_3: ¡Un mundo de relaciones a partir del triángulo!

LO_02: Aplicar las razones trigonométricas en situaciones de su entorno.

LO_03: Investigar el uso de la trigonometría en las ciencias exactas.

LO_04: Resolución de problemas que involucren la utilización de triángulos oblicuos.

LO_05: Uso de identidades trigonométricas para reescribir o simplificar una expresión.

Objetivos de aprendizaje

- Reconocer y utilizar las razones trigonométricas en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Utilizar las razones trigonométricas en la determinación de características de figuras planas y en situaciones de cintas de transmisión.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

SCO: Determina características, como área, perímetro, volumen, utilizando las razones trigonométricas.

1. Traduce las fórmulas de área de figuras planas en términos de las razones trigonométricas.
2. Reconoce las relaciones entre un triángulo, su circunferencia inscrita y la circunscrita.
3. Utiliza las razones trigonométricas en la determinación de soluciones a cuestiones que involucran poleas y cintas de transmisión.

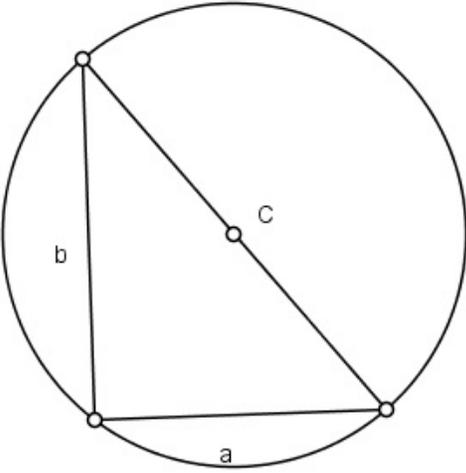
Flujo de aprendizaje

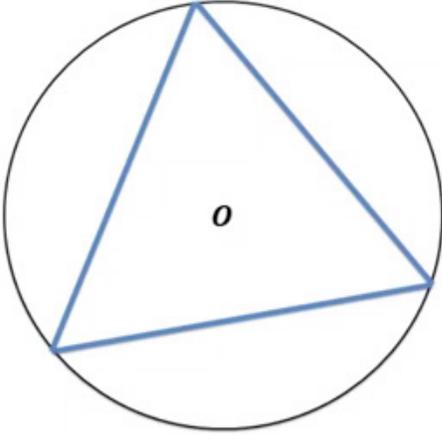
1. **Introducción: Áreas de figuras planas con las razones trigonométricas (H/C 1)**
2. **Objetivos de aprendizaje.**
3. **Contenido:**
 - 3.1. **Actividad 1:** Las relaciones entre triángulos y circunferencias (H/C 2)
 - 3.2. **Actividad 2:** Poleas y cintas de transmisión (H/C 3)
4. **Resumen:** Institucionalizando
5. **Tarea.**

Lineamientos evaluativos

Se espera que los estudiantes, a través de actividades y situaciones en contexto, reconozcan la importancia de la trigonometría y desarrollen ejercicios de razones trigonométricas, por último que validen sus saberes a partir de la práctica.

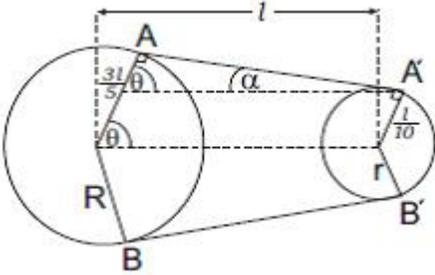
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 	<p>Introducción</p>	<p>Introducción: ¿Y cuáles son las razones trigonométricas? (H/C 1)</p> <p>El docente presenta una animación, en la que un estudiante quiere calcular la longitud de la altura de una montaña, esto lo puede hacer haciendo una comparación de esta montaña con un triángulo rectángulo, de tal manera que ella sabe que puede solucionarlo con unas fórmulas o relaciones que se llaman “razones trigonométricas”, trata de recordarlas, pero definitivamente no se acuerda de las relaciones aunque conozca sus nombres. Luego aparece uno de sus amigos, al que le pregunta acerca de las relaciones y él le comienza a decir cuáles son estas.</p> <hr/> <p>En el material del estudiante se debe desarrollar el ejercicio.</p> <hr/> <p>Luego presenta los objetivos de aprendizaje.</p>	<p>Animación</p> <p>Recurso Interactivo</p> <hr/> <p>Texto</p>
<p>Objetivos</p> 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, conjuntamente con los estudiantes, construye los objetivos que consideran se tendrán en cuenta.</p> <p>Para finalizar, el profesor presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje.</p> <p>El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>	
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1 : Triángulos y circunferencias. (H/C 2)</p> <p>El docente presenta una animación, como elemento para abrir el desarrollo de las actividades, luego plantea 1 ejercicio más en el recurso interactivo y 1 más en el material del estudiante.</p>	<p>Animación.</p> <p>Recurso Interactivo.</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>La animación muestra cómo se halla el área de un triángulo que no es rectángulo pero que se puede solucionar a partir de las razones trigonométricas, esto haciendo una construcción de la altura que pueda determinar dos triángulos rectángulos, se escoge uno de los dos para encontrar la altura de este triángulo, a partir de la razón trigonométrica Seno, y de allí encontrar la medida del área.</p> <hr/> <p>Para este apartado el docente presenta una animación donde se plantea la siguiente situación problema:</p> <p>Se le pregunta a los estudiantes si saben que significa que un triángulo esté inscrito en una circunferencia, luego de la socialización el docente debe validar e institucionalizar el concepto que los estudiantes ya conocen.</p> <p>Se tiene un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia, sus catetos miden 22.2cm y 29.6 cm respectivamente, calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo.</p>  $c^2 = a^2 + b^2$ $c^2 = 22.2^2 + 29.6^2$ $c^2 = 492.84 + 876,16$ $c^2 = 1369$ $c = 37$	<p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Teniendo c, el diámetro se deduce el radio r</p> $r = c/2 = 18.5$ <p>Entonces para el área tenemos:</p> $A = \pi r^2$ $A = \pi (18.5)^2$ $A = \pi (342,25)$ $A = 1075.2 \text{ cm}^2$ <p>Para la longitud se tiene:</p> $L = 2\pi r$ $L = 2\pi (18.5)$ $L = 116.2 \text{ cm}$ <hr style="border-top: 1px dashed #000;"/> <p>El estudiante debe abordar otro ejercicio que se encontrará en el recurso interactivo en el material del estudiante aparecen otros ejercicios de apoyo y a través de la socialización en clase se institucionalizan los procesos por parte del docente:</p> <p>Calcula el área de un círculo de un triángulo circunscrito al triángulo equilátero cuyo lado mide 10cm.</p>  <p>Suponiendo que el centro de la circunferencia es el punto de concurrencia de las bisectrices o de las alturas.</p>	<p>Recurso Interactivo</p>

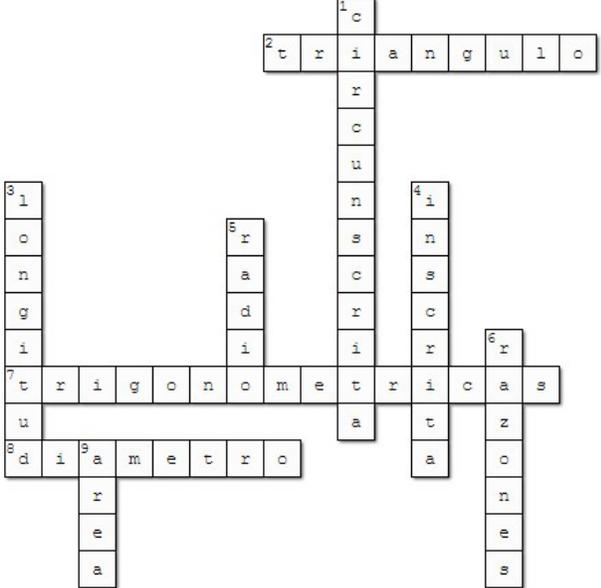
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<div data-bbox="581 218 1166 491" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="565 520 862 554">De donde se deduce:</p> <p data-bbox="565 590 1110 659">Que la altura para cualquier triángulo equilátero de lado l es:</p> $h=(l\sqrt{3})/2$ <p data-bbox="565 762 898 795">reemplazando se tiene:</p> $h=(10\sqrt{3})/2=5\sqrt{3}$ <p data-bbox="565 900 1187 1005">Para hallar el radio como porción de la altura con base en la propiedad transversal de gravedad que:</p> $y/x=1/2$ <div data-bbox="646 1129 1089 1562" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="565 1623 1162 1692">Entonces se desea halar el valor de x, que viene siendo el radio r.</p> <p data-bbox="565 1724 773 1757">De la relación:</p> $2y=x$ $x+y=5\sqrt{3}$	Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Se tiene:</p> $2y+y=5\sqrt{3}$ $3y=5\sqrt{3}$ $y=(5\sqrt{3})/3$ <p>Por tanto se tiene que el radio es 2 veces y:</p> $r=(10\sqrt{3})/3$ <p>Ahora para el área se tiene:</p> $A=\pi r^2$ $A=\pi((10\sqrt{3})/3)^2$ $A=\pi((100\cdot 3)/9)^2$ $A=100/3 \pi \text{cm}^2$ <hr style="border-top: 1px dashed #000;"/> <p>En el recurso del estudiante encontrará 2 ejercicios adicionales.</p> <hr style="border-top: 1px dashed #000;"/> <p>La actividad tiene como finalidad crear y potenciar habilidades en el estudiante de desarrollo en torno a los tópicos de relaciones trigonométricas entre triángulos y circunferencias.</p>	
		<p>Actividad 2: Poleas y cintas de transmisión (H/C 3)</p> <p>Para este apartado el docente se apoya en el recurso interactivo para explicar la siguiente situación problema:</p> <p>Durante el desarrollo del ejercicio el docente debe hacer preguntas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿El funcionamiento de las poleas? • ¿Los ángulos que forman las correas con el centro de las poleas? • ¿Cuáles son las razones trigonométricas que se pueden usar para la solución del ejercicio? 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Dos poleas están separadas a una distancia l, desde sus ejes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la longitud de una correa inextensible teórica que debe transmitir el movimiento de una a la otra en el mismo sentido, si los radios de las poleas son: $\frac{1}{10}l$ y $\frac{3}{4}l$?  <p>La solución es:</p> <p>Con base en la razón $\text{sen} \alpha$</p> $\text{sen} \alpha = \frac{(\frac{3}{5} - \frac{1}{10})l}{l} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$ <p>La longitud L de la correa está dada por:</p> $L = AA' + BB' + \widehat{AB} + \widehat{B'A'}$ <p>Y por simetría se tiene:</p> $AA' = BB' = l \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ <p>Entonces:</p> $\widehat{B'A'} = 2\theta \frac{1}{10} l = 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{10} l = \frac{\pi}{15}$ $\widehat{AB} = 2\pi \frac{3}{5} l - \widehat{BA} =$ $2\pi \frac{3}{5} l - 2 \frac{\pi}{3} \cdot \frac{3}{5} l = \frac{4}{5} \pi l$	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Luego:</p> $L = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l + \frac{\pi}{15} l + \frac{4}{5} \pi l = \left(\sqrt{3} + \frac{13}{15} \pi \right) l$ <hr/> <p>En el material del estudiante, se generan ejercicios donde se le dan valores a l, como apoyo adicional para que desarrolle los reemplazos correspondientes.</p> <hr/> <p>El docente apoyado en el material del estudiante les explica el siguiente ejercicio.</p> <p>Encontrar el diámetro de una polea que gira a razón de 360 rpm movida por una correa de 40 pies/s</p> $360 \text{ rev/min} = 360 \left(\frac{2\pi}{60} \right) \text{ rad/s} = 12\pi \text{ rad/s}$ <p>Entonces, en 1 segundo la polea describe un ángulo $\theta = 12\pi \text{ rad}$ y un punto del borde recorre una distancia $s=40$ pies.</p> <hr/> $d = 2r = 2 \left(\frac{s}{\theta} \right) = 2 \left(\frac{40}{12\pi} \right) \text{ pies} = \frac{20}{3\pi} \text{ pies}$ $= 2,12 \text{ pies.}$ <hr/> <p>A continuación el profesor, apoyado en el material del estudiante propone 2 ejercicios más sobre la temática con la misma dinámica pero con otros datos. Y los pone a consideración.</p> <hr/> <p>La finalidad de la actividad es reconocer la aplicación de razones trigonométricas en ejercicios de poleas y cintas de transmisión.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>Institucionalizando.</p> <p>El docente presenta en pantalla el siguiente crucigrama:</p> <p>Crucigrama sobre la temática</p> <p>La referencia usada es h: horizontal y v: vertical, se tiene en cuenta un dato ordenado (número, posición) ejemplo (5, v), que quiere decir que la palabra es la repuestas del quinto ítem y debe ir en posición vertical.</p> <p>Utilice las palabras que hacen falta en las frases para completar el crucigrama, tenga en cuenta la orientación para desarrollarlo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Las razones trigonométricas (7,h) son seno, coseno, tangente cosecante, secante y cotangente. • El triángulo(2,h) rectángulo en la circunferencia unitaria es usado para identificar las razones (6,v) trigonométricas. • El diámetro (8,h) de una circunferencia está dado por el segmento que une dos puntos de la circunferencia y paso por su centro. • El radio(5,v) es exactamente la mitad del diámetro. • La longitud(3,v) o perímetro de una circunferencia se halla con la fórmula $L=2\pi r$. • El área(9,v) de un circulo se halla con la fórmula $A=\pi r^2$. • Una circunferencia inscrita(4,v) en un polígono regular es aquella que, siendo interior, es tangente a todos sus lados. • La circunferencia circunscrita(1,v) es la circunferencia que pasa por todos los vértices de una figura plana y contiene completamente a dicha figura en su interior. 	<p>Recurso Interactivo</p> <p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		 <p>El estudiante tendrá, en su material, la descripción (imágenes y texto), para resolver el crucigrama.</p> <p>La intención es reforzar conceptos básicos, definiciones y condiciones necesarias para desarrollar situaciones de estos tópicos.</p>	
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>Realizar una indagación sobre situaciones de aplicación de poleas y cintas de transmisión en el las que se utilicen razones trigonométricas, estudiarlo con el docente y luego socializarlo con sus compañeros</p>	<p>Texto</p>