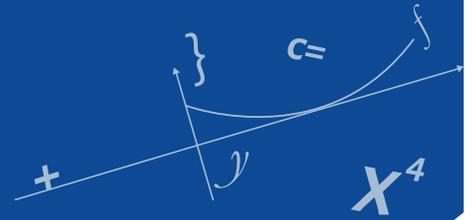


# Descripción de la circunferencia.



	<p>Grado: 10°          UoL_4: Descubramos nuevas formas y usemos el plano cartesiano.          LO_1: Descripción de la geometría analítica a partir de eventos históricos.          Recurso:</p>	
<p>Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)</p>	<p>Grado: 10°          UoL_4: Descubramos nuevas formas y usemos el plano cartesiano.          LO_2: Identificación de las secciones cónicas en objetos de su entorno.          Recurso:</p> <p>Materiales necesarios para la clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Colores</li> <li>• Reglas</li> <li>• Compás</li> <li>• Soga de 1 metro de longitud</li> <li>• Hojas de Block</li> <li>• Hojas Cuadriculadas</li> <li>• Elementos para Dibujar (lápiz)</li> </ul>	
<p>Objetivos de aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificar por qué la circunferencia es un lugar geométrico.</li> <li>• Reconocer la utilidad de elementos con forma circular.</li> <li>• Representar geoméricamente con exactitud una circunferencia.</li> <li>• Construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico.</li> <li>• Hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano.</li> </ul>	
<p>Habilidad / Conocimiento (H/C)</p>	<p>[SCO 1] [H/C 1]  [SCO 2] [H/C 2]  [H/C 3]</p>	<p><b>Identifica el uso de la circunferencia en tareas cotidianas.</b>          Reconoce la circunferencia empleada en elementos de mecánica, artes, diseño etc.</p> <p><b>Representa geoméricamente la circunferencia.</b>          Dibuja circunferencias estableciendo algunas estrategias caseras.</p> <p>Identifica qué elementos son necesarios para poder dibujar una circunferencia con características específicas.</p>

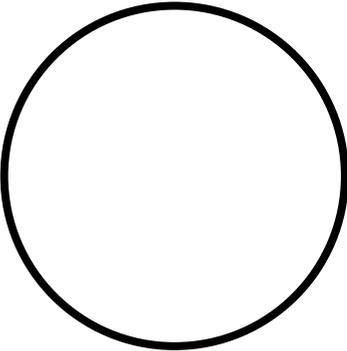
	[H/C 4]	Describe y hace uso del compás para trazar circunferencias.
	[H/C 5]	Dibuja en un plano cartesiano circunferencias con centro y radio específicos.
	[SCO 3]	<b>Describe la circunferencia como lugar geométrico.</b>
	[H/C 6]	Identifica los elementos básicos de una circunferencia tales como centro y radio.
	[H/C 7]	Identifica la relación entre la distancia de un punto de la circunferencia al radio.
	[H/C 8]	Caracteriza cada uno de los puntos que conforman la circunferencia.
	[H/C 9]	Construye la definición de circunferencia.
	[H/C 10]	Construye una circunferencia en el plano cartesiano a partir del radio y centro.
	[SCO 4]	<b>Representa una circunferencia por medio de una ecuación.</b>
	[H/C 11]	Representa en el plano cartesiano circunferencias.
	[H/C 12]	Reconoce el proceso de construcción de la ecuación general de la circunferencia ubicada en el plano cartesiano con centro en el origen.
	[H/C 13]	Reconoce el proceso de construcción de la ecuación general de la circunferencia ubicada en el plano cartesiano con centro fuera del origen.
	[H/C 14]	Representa una circunferencia en el plano cartesiano a partir de su ecuación.
	[H/C 15]	Determina ecuaciones de circunferencias a partir del centro y el radio.
	[H/C 16]	Identifica la tangente a una circunferencia y algunas de sus propiedades.
	[H/C 17]	Soluciona situaciones problema realizando una interpretación geométrica de las circunferencias que intervienen y creando ecuaciones de las mismas.

Flujo de aprendizaje	<p>Introducción → Objetivos → Desarrollo → Resumen → Tarea</p> <p><b>Introducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¡No seas Terco! [H/C 1]</li> </ul> <p><b>Objetivos de aprendizaje.</b></p> <p><b>Actividad 1:</b> Identificación de elementos básicos. [H/C 1 - H/C 6 - H/C 7 - H/C 8]</p> <p><b>Actividad 2:</b> Dibujo y Construcción de la circunferencia. [H/C 2 - H/C 3 - H/C 4 - H/C5 - H/C 9 -H/C 10 - H/C 11]</p> <p><b>Actividad 3:</b> Ecuación de la circunferencia. [H/C 12 - H/C 13 - H/C 14 - H/C 15 -H/C 16 - H/C 17]</p>
----------------------	--

	Resumen: A partir de la construcción debemos concluir.  Tarea.
Guía de valoración	Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, tendrán la capacidad de construir la definición de circunferencia, identificando los elementos que la componen y que permiten su dibujo y construcción en diferentes registros de representación. Además, de poder construir la concepción de circunferencia a partir de la identificación de sus características como lugar geométrico y hacer uso de ecuaciones para representarlas en el plano cartesiano.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 		<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¡No seas Terco! [H/C 1]</li> </ul> <p>[H/C 1: Reconoce la circunferencia empleada en elementos de mecánica, artes, diseño etc.]</p> <p>El docente, propone a sus estudiantes, observar el video titulado <i>¡No seas Terco!</i> y posteriormente dar respuestas a las preguntas formuladas en el material del estudiante en parejas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Son válidos los argumentos de la persona B?.</li> <li>• ¿Qué argumentos podría usar la persona A, que sean a favor de su posición?.</li> <li>• ¿A partir de lo que ustedes conocen, qué es un círculo?.</li> <li>• ¿A partir de lo que ustedes conocen, qué es una circunferencia?.</li> <li>• ¿Cuál de las personas del video, crees que tiene la razón? ¿Quién es el terco?.</li> </ul> <p>Es importante, que durante la socialización de las respuestas, el docente logre que sus estudiantes hagan explícitos los conocimientos previos que tienen en relación a la circunferencia, para que posteriormente se realicen clarificaciones en cuanto a confusiones que puedan tener estos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Video</li> </ul> <p><b>Sinopsis:</b> Estando en una galería de arte, se presenta una discusión entre dos personas A y B, en relación a un objeto que fue pintado en un cuadro por uno de los artistas. La discusión se genera porque la persona A dice que el artista pintó una circunferencia y la persona B dice que pintó un círculo.</p> <p>La persona B, presenta una serie de argumentos a favor de su posición, sin embargo la persona A no los considera válidos, pero tampoco presenta argumentos a favor de su posición. Pasados unos instantes, la persona B se desespera y le dice a la persona A <i>¡No seas Terco! yo tengo la razón.</i></p>



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Son útiles las circunferencias en el arte? Justifica tu respuesta.</li> <li>• ¿En qué contextos pueden resultar útiles las circunferencias? Justifica tu respuesta.</li> </ul> <p>Posteriormente, el docente propone a sus estudiantes intercambiar su material con uno de sus compañeros, en el intercambio y haciendo uso del lápiz, cada estudiante debe evaluar si su compañero realmente reconoció circunferencias o se equivocó. Siendo importante que al final de cada imagen, el estudiante evaluador, determine el número de circunferencias que reconoció correctamente su compañero.</p> <p>El docente, contando con las imágenes en proyección, propondrá la socialización del ejercicio realizado. Dicha socialización, debe motivar a los estudiantes hacia el reconocimiento del mayor número de circunferencias en estas.</p> <p>Para finalizar esta actividad, se propone la realización del siguiente ejercicio:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>El docente presenta esta imagen, la cual está presente en el recurso y en el material del estudiante. Tomando en consideración los conocimientos previos de los estudiantes, el docente les propone la siguiente consigna para ser resuelta en de forma individual en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica los elementos básicos que componen una circunferencia, señalándolos en la imagen con diferentes tonalidades de colores.</li> </ul>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>El docente, apoyado en la imagen inicial, propone a sus estudiantes pasar al tablero y realizar la identificación de los elementos constitutivos de la circunferencia. Siendo necesario el reconocimiento del centro, el radio, el diámetro y la cuerda</p> <p>A continuación, el docente apoyado en el recurso, el cual contiene la imagen inicial más los elementos constitutivos de la circunferencia, realiza la explicación de las características de estos e invita a los estudiantes a consignar en el material del estudiante el nombre de cada uno y dar respuesta a la siguiente consigna:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina las características principales de cada uno de los elementos constitutivos.</li> </ul> <p>Después de dar respuesta a esta consigna, el docente debe socializar las respuestas de algunos de sus estudiantes con la intencionalidad de verificar que estas hayan sido bien determinadas, para posteriormente realizar las correcciones y formalizaciones que considere necesarias y pertinentes. Para esto, será importante tomar en consideración las siguientes definiciones:</p> <p>Centro: Punto central que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.</p> <p>Radio: Pedazo de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.</p> <p>Cuerda: Pedazo de recta que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.</p> <p>Diámetro: Mayor cuerda que une dos puntos de una circunferencia.</p> <p>Arco: Segmento de curva entre dos puntos que pertenecen a la circunferencia.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Actividad 2: Dibujo y Construcción de la circunferencia. [H/C 2 - H/C 3 - H/C 4 - H/C 5 - H/C 9 H/C 10-H/C 11]</p> <p>[H/C 2: Dibuja circunferencias estableciendo algunas estrategias caseras.]</p> <p>[H/C 3: Identifica qué elementos son necesarios para poder dibujar una circunferencia con características específicas.]</p> <p>[H/C 4: Describe y hace uso del compás para trazar circunferencias.]</p> <p>[H/C 5: Dibuja en un plano cartesiano circunferencias con centro y radio específicos.]</p> <p>[H/C 9: Construye la definición de circunferencia.]</p> <p>[H/C 10: Construye una circunferencia en el plano cartesiano a partir del radio y centro.]</p> <p>[H/C11: Representa en el plano cartesiano circunferencias.]</p> <p>Para el desarrollo de esta actividad, es importante que los estudiantes puedan contar con elementos como: lápiz, regla, compás, soga de 1 metro de longitud, hojas de block y hojas cuadriculadas.</p> <p>Todos los dibujos y construcciones que se proponen a continuación, deberán quedar registrados en el material del estudiante, de modo que este contara con los espacios necesarios y pertinentes para su realización.</p> <p>En primera instancia, el docente propone a los estudiantes, las siguientes preguntas para ser resueltas de forma individual en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué objetos de tu casa o de tu</li> </ul>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>colegio puedes usar para dibujar una circunferencia?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Si necesitamos dibujar una circunferencia de diámetro superior a 30 cm, 40 cm o 50 cm qué objeto de tu casa o de tu colegio se podría utilizar para esto?</li> </ul> <p>Es posible que los estudiantes, solo consideren viable la realización de una circunferencia a partir de objetos que tengan esta forma. Por lo anterior, se invita al docente a la realización de una circunferencia haciendo uso de la sogá que se solicita dentro de los materiales.</p> <p>Los pasos necesarios para la realización de esta estarán presentes en el recurso, siendo importante que en la realización del dibujo se haga alusión a los nombres correspondientes de los elementos constitutivos que se toman en consideración, pues al hacer uso de la sogá se tendrá que iniciar tomando en consideración un centro y un radio, elementos que determinaran la circunferencia dibujada.</p> <p>Finalizada la explicación de parte del docente, en relación a la realización del dibujo, este debe invitar a los estudiantes a resolver las siguientes preguntas en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Existen otros elementos, que al igual que la sogá, nos permitan dibujar circunferencias?.</li> <li>• ¿Si te asignan la tarea de realizar una circunferencia que tiene 20 metros de radio sin usar una sogá sino otros elementos, cómo la realizarías?.</li> <li>• A partir de lo realizado ¿Qué elementos consideras necesarios para dibujar una circunferencia?.</li> </ul> <p>Se considera necesario, que durante la socialización de las respuestas dadas por</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>los estudiantes, el docente seleccione algunas de las estrategias y elementos usados y/o pensados por estos para que sean puestas en obra por la totalidad del grupo.</p> <p>Dando continuidad a la actividad, el docente presenta el video llamado El Compás, este contiene información respecto al compás como instrumento de construcción de circunferencias. La intencionalidad que se tiene al presentar el video, es el reconocimiento de este instrumento, su importancia y sus diferentes versiones, para que posteriormente los estudiantes puedan hacer un adecuado uso de este.</p> <p>De este modo, posterior a la presentación del video se espera que los estudiantes, haciendo uso de su compás, y a partir de las siguientes consignas empiecen a realizar construcciones de diferentes circunferencias teniendo dados uno o dos de sus elementos constitutivos.</p> <p>En el material del estudiante, se presentan las siguientes consignas para ser desarrolladas de forma individual por cada uno de los estudiantes.</p> <p>Construir una circunferencia, dados los siguientes elementos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se da un Radio de 3 centímetros.</li> <li>• Se da un Diámetro de 13 centímetros.</li> <li>• Se da un punto que se tomara como centro de una circunferencia.</li> <li>• Se da un punto que se tomara como centro y un punto externo por el que pasara la circunferencia.</li> </ul> <p>De acuerdo a las construcciones realizadas, se debe direccionar la discusión, para que los estudiantes comprendan que de acuerdo a los elementos constitutivos dados se deben generar circunferencias</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>iguales en los materiales de todos, a excepción de la tercera consigna, siendo necesario explicar, por parte del docente, que al solo tener el centro de la circunferencia que se construya podrá ser del tamaño que se desee particularmente.</p> <p>Finalmente se presenta a los estudiantes, en su material, tres cuadrículas diferentes para la construcción de circunferencias en el plano cartesiano. La razón por la cual se presentan cuadrículas diferentes radica en el interés que se tiene en relación a la observación y análisis que podrá hacer el docente en relación al manejo de las escalas de parte de sus estudiantes, la ubicación de puntos en el plano y el manejo del espacio.</p> <p>Las construcciones que se proponen se realizaran bajo las siguientes consignas y es necesario que los estudiantes realicen el plano cartesiano sobre dichas cuadrículas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En la primera cuadrícula, la cual se caracteriza por tener cuadrados de 0.5 cm de lado, se propone realizar las siguientes consignas:</li> </ul> <p>Traza un plano cartesiano en la cuadrícula y ubica los siguientes centros y puntos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Centro (0,0) y pasa por el punto A (0,4)</li> <li>• Centro (0,0) y pasa por el punto B (8.5, 3)</li> <li>• Centro (0,0) y pasa por el punto D (5, 6.5)</li> </ul> <p>Traza la circunferencia que pasa por cada pareja de centro y punto.</p> <p>Después, haciendo uso de tu compás, saca aparte la longitud del radio de cada una de las circunferencias construidas y determina cuál de estas es de mayor longitud.</p> <p>Posteriormente, tomando en consideración los siguientes centros y longitudes de</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>radio, traza las circunferencias solicitadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>C(0,0)</math> y <math>r = 5u</math>.</li> <li>• <math>C(0, 1/10)</math> y <math>r = 3.5u</math>.</li> <li>• <math>C(11, 0)</math> y <math>r = 5/4u</math>.</li> </ul> <p>Durante la socialización de estas primeras construcciones, es importante que se verifique la correcta ubicación de los puntos en el plano cartesiano y el adecuado uso del compás para la construcción de las circunferencias.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En la segunda cuadrícula, la cual se caracteriza por tener cuadrados de 2 cm de lado, se propone realizar las siguientes consignas:</li> </ul> <p>Traza un plano cartesiano en la cuadrícula y ubica los siguientes centros y puntos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Centro <math>(-20,0)</math> y pasa por el punto E <math>(-10,-25)</math>.</li> <li>• <math>C(0,-3/2)</math> y pasa por el punto F <math>(15, 30)</math>.</li> <li>• <math>C(10,-25)</math> y pasa por el punto G <math>(30,50)</math>.</li> </ul> <p>Traza las circunferencias que pasen por cada uno de los centros y los puntos dados.</p> <p>Es importante considerar, que al tener una cuadrícula con estas especificaciones y teniendo el requerimiento de ubicar puntos que incluyen coordenadas con valores altos, los estudiantes deberán manejar una escala adecuada dentro del plano cartesiano.</p> <p>Después de realizar las construcciones solicitadas, es importante socializar las respuestas, pues al contar con valores altos en las coordenadas de los puntos, se pueden presentar un mayor número de errores al realizar la ubicación de estos en el plano cartesiano y se pueden presentar casos en los que los estudiantes lleguen a considerar que la cuadrícula no es lo suficientemente “grande” para la construcción de las circunferencias.</p>	

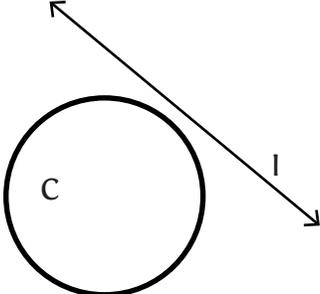
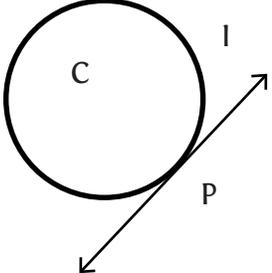
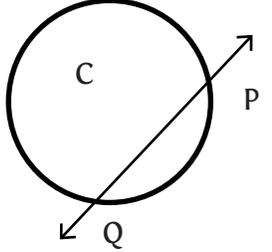
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>De acuerdo a estos posibles hechos, es necesario que el docente realice una adecuada retroalimentación, en la cual se enfatice en el adecuado uso de las escalas para la ubicación de las coordenadas de los puntos en el plano cartesiano independientemente de los valores que estos tomen y la ubicación aproximada en los casos que sea necesario.</p> <p>Para el cierre de estas construcciones, se debe proponer que en la última cuadrícula, la cual tiene cuadrados de 3cm de lado, se dé solución a las siguientes consignas.</p> <p>De acuerdo a los conocimientos que tienes hasta el momento, realiza las siguientes construcciones</p> <p>Construye una circunferencia para cada uno de los siguientes casos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una circunferencia con centro en el origen.</li> <li>• Una circunferencia con centro diferente al origen.</li> <li>• Una circunferencia con radio mayor a 10 unidades.</li> <li>• Una circunferencia con radio menor 10 unidades.</li> </ul> <p>Después, haciendo uso de diferentes tonalidades de colores, resalta en tus circunferencias los elementos constitutivos de cada una.</p>	
		<p>Actividad 3: Ecuación de la circunferencia. [ H/C 12 - H/C 13 - H/C 14 - H/C 15 -H/C 16 -H/C 17]</p> <p>[H/C12: Reconoce el proceso de construcción de la ecuación general de la circunferencia ubicada en el plano cartesiano con centro en el origen.]</p> <p>[H/C13: Reconoce el proceso de construcción de la ecuación general de la</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>circunferencia ubicada en el plano cartesiano con centro fuera del origen.]</p> <p>[H/C 14: Representa una circunferencia en el plano cartesiano a partir de su ecuación.]</p> <p>[H/C15: Determina ecuaciones de circunferencias a partir del centro y el radio.]</p> <p>[H/C16: Identifica la tangente a una circunferencia y algunas de sus propiedades.]</p> <p>[H/C17: Soluciona situaciones problema realizando una interpretación geométrica de las circunferencias que intervienen y creando ecuaciones de las mismas.]</p> <p>Para el desarrollo de esta actividad, es importante que el docente tenga en cuenta la definición de circunferencia:</p> <p>“Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro”</p> <p>Teniendo presente esta definición, el docente propone a los estudiantes el siguiente cuestionamiento con la intencionalidad de que estos sean capaces, bajo su direccionamiento, de construir la definición anterior:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tienen en común los puntos de la circunferencia?</li> </ul> <p>Se debe realizar la socialización de las respuestas de algunos de los estudiantes y tomando estas en consideración, realizar la construcción de la definición de circunferencia.</p> <p>Ahora bien, con base en esta definición y apoyado en el recurso, el cual cuenta con la información que se presenta a continuación, el docente debe explicar a</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>sus estudiantes que se puede encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en C (h,k) dado y radio r, dado. Para esto, los direccionara de la siguiente manera:</p> <p>Se plantean los siguientes cuestionamientos, para ser resueltos de forma individual en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuáles conocimientos previos, crees que se necesitarían para encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en C (h,k) dado y radio r, dado?.</li> <li>• ¿Cómo crees que se puede encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en C (h,k) dado y radio r, dado?.</li> </ul> <p>Tomando en consideración, las respuestas dadas por los estudiantes, en relación a los cuestionamientos anteriores, el docente explica a estos, que es necesario tomar en consideración un punto cualesquiera de la circunferencia para encontrar la ecuación que determina esta y proceder de la siguiente manera:</p> <p>Si P(x,y) es un punto cualesquiera sobre la circunferencia, entonces el conjunto: (x,y) <math>d(P,C) = r</math> define la circunferencia. Esto es:</p> <p><math>\{(x,y) : \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r\}</math> Por aplicación de la fórmula de distancia.</p> <p>Si elevamos al cuadrado se obtiene que <math>\{(x,y) : (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2\}</math>. Tenemos entonces que:</p> <p>La relación que define una circunferencia de radio r y centro en C (a,b) es:</p> <p><math>\{(x,y) : (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2\}</math></p> <p>Después de presentar la relación anterior, el docente propone a los estudiantes el siguiente cuestionamiento, para ser</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>resuelto de forma individual en el Material del Estudiante :</p> <p>¿Qué pasaría en la anterior relación, si h y k, fueron igual a cero?</p> <p>Después de dar un tiempo prudencial para que los estudiantes den respuesta al anterior cuestionamiento, se deben socializar las respuestas de estos y a partir de estas formalizar que:</p> <p>En el caso particular de <math>C(h,k) = (0,0)</math>, es decir, en el caso de tener la circunferencia con centro en el origen, la ecuación canónica (entendiendo canónico, como el sinónimo de simple, sencillo y breve) se obtiene al resolver la diferencia de cuadrados planteada:</p> $x^2 + y^2 = r^2$ <p>Posteriormente y partiendo de lo explicado hasta el momento, el docente propone a los estudiantes desarrollar las operaciones indicadas en la ecuación (sin tomar a h y k como cero):</p> $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ <p>Al desarrollar las operaciones indicadas, los estudiantes deben obtener:</p> $x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0.$ <p>Después, el docente les propone a los estudiantes, considerar las siguientes igualdades y el siguiente cuestionamiento:</p> <p>Si <math>-2h = D</math>; <math>-2K = E</math> y <math>h^2 + k^2 - r^2 = F</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿A qué equivale la anterior igualdad?</li> </ul> <p>Se espera entonces, que los estudiantes establezcan la siguiente igualdad:</p> $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>De este modo, el docente asentará que a esta ecuación se le denomina <b>Ecuación General de la Circunferencia</b>.</p> <p>Finalizada la explicación al respecto y tomando en consideración que se tiene como intencionalidad que los estudiantes reconozcan el proceso de construcción de las ecuaciones de la circunferencia, el docente presentara a sus estudiantes dos procedimientos en los que se ha determinado la ecuación general de esta.</p> <p>Dichos ejemplos, estarán presentes en el recurso y en el material del estudiante, caracterizándose por hacer alusión a una circunferencia con centro en el origen y otra fuera de él. Se tiene la intencionalidad, que al observarlos los estudiantes puedan dar respuesta a las siguientes consignas de trabajo en el Material del Estudiante de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe paso a paso, los procedimientos realizados, para determinar la ecuación general de la circunferencia en cada uno de los ejemplos.</li> <li>• Determina cuáles de los pasos anteriores se pueden considerar como necesarios en cualquier caso, justificando tu elección.</li> <li>• ¿Crees que a partir de los ejemplos que observaste, puedes de forma autónoma determinar la ecuación general de una circunferencia? Justifica tu respuesta.</li> </ul> <p>Posterior a la socialización de las respuestas dadas por los estudiantes y la realización de las aclaraciones pertinentes, lo cual se realizara de acuerdo al criterio del docente, se propone que los estudiantes, en su material, den solución a las siguientes consignas, las cuales tendrán cinco ejercicios en cada caso. Las consignas son las siguientes:</p>	

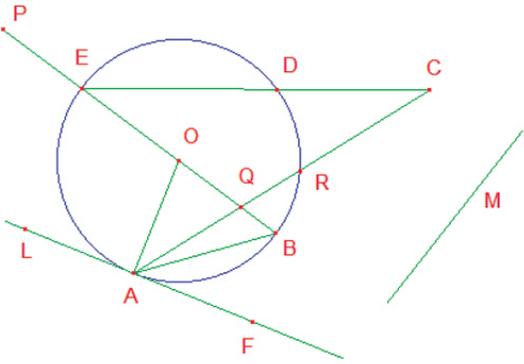
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dado el centro y el radio, determinar la ecuación de la circunferencia.</li> <li>• Dada la gráfica de la circunferencia, determinar la ecuación.</li> <li>• Dada la ecuación de la circunferencia, construir su gráfica.</li> <li>• Dada la ecuación de la circunferencia, determinar su centro y su radio.</li> </ul> <p>Dando continuidad al desarrollo de esta actividad, el docente planteara a los estudiantes el siguiente cuestionamiento, para ser resuelto por estos de forma individual en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• De acuerdo a las siguientes representaciones, ¿Qué relación existe entre la recta y la circunferencia en cada caso?</li> </ul> <p>Representación #1.</p>  <p>Representación #2.</p>  <p>Representación #3.</p> 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Después de que los estudiantes den respuesta al cuestionamiento formulado, el docente explicara a los estudiantes la relación existente entre la recta y la circunferencia en cada caso, puntualizando en los siguientes aspectos:</p> <p>Dadas una recta y una circunferencia en un mismo plano, se pueden presentar las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En la representación #1, la recta es <b>Exterior</b> a la circunferencia, si no tienen puntos en común.</li> <li>• En la representación #2, la recta es <b>Tangente</b> a la circunferencia, si tienen un solo punto en común.</li> <li>• En la representación #3, la recta es <b>Secante</b> a la circunferencia, si tienen dos puntos en común.</li> </ul> <p>Posterior a la socialización y explicación de la anterior información, se requiere que el docente indique a sus estudiantes que es posible determinar la posición relativa de una recta y una circunferencia resolviendo el sistema conformado por las dos ecuaciones, es decir tomando en consideración la ecuación de la recta y la ecuación de la circunferencia.</p> <p>En relación a lo anteriormente dicho, el docente propone a los estudiantes resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, donde la primera ecuación corresponde a una circunferencia y la segunda a una recta:</p> $\begin{aligned} x^2 + y^2 + 8x + 4y + 7 &= 0 \\ 2x - 3y + 15 &= 0 \end{aligned}$ $\begin{aligned} x^2 + y^2 + 8x + 4y + 7 &= 0 \\ 2x + 3y + 31 &= 0 \end{aligned}$ <p>Finalizado el proceso realizado por los estudiantes, se tiene que el primer sistema</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>tiene una única solución y el segundo no tiene soluciones.</p> <p>En relación a esto, el docente asentara lo siguiente:</p> <p>Si el sistema no tiene solución la recta es exterior a la circunferencia, pues no la corta en ningún punto. Si el sistema tiene una única solución, la recta es tangente a la circunferencia, pues la corta en un solo punto. Y si la recta tiene dos soluciones, la recta es secante a la circunferencia pues la corta en dos de sus puntos.</p> <p>Y en relación a esto, formula el siguiente cuestionamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la posición relativa de la recta con respecto a la circunferencia en cada caso?</li> </ul> <p>Para una mayor clarificación, el docente explicara un ejemplo correspondiente a cada caso. Dichos ejemplos estarán presentes en el recurso, mostrando paso a paso el proceso, siendo necesario que en cada caso y con la participación de los estudiantes se establezcan en el material del estudiante mínimo dos aspectos que se consideren de relevancia a la hora de resolver el sistema.</p> <p>Consecutivamente, el docente propone a sus estudiantes, dar solución a la siguiente consigna de forma individual en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la posición relativa de la recta para cada caso:</li> </ul> $\begin{aligned} x^2 + y^2 - 8x + 2y + 4 &= 0; y - x = 0 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 &= 25; y - 3x = 6 \\ x^2 + y^2 + 12x - 2y + 28 &= 0; y - 4 = 0 \end{aligned}$ <p>Después de la realización de la parte práctica, el docente debe proponer las siguientes consignas y preguntas para ser</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>resueltas en el material del estudiante de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Recuerdas alguna propiedad matemática? Si, Enúnciala No, ¿Por qué?</li> <li>• Lee detenidamente las siguientes propiedades y recíprocos que se tienen en relación a la tangencia que se establece entre la circunferencia y la recta: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Propiedad: Si una recta y una circunferencia en un mismo plano se interceptan en un punto, entonces la circunferencia y la recta son tangentes y el punto se llama punto de tangencia.</li> <li>2. Propiedad: Una recta perpendicular al segmento radial de una circunferencia en su extremo externo es tangente a la circunferencia.</li> <li>3. Recíproco: Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular al segmento radial en el punto de tangencia.</li> <li>4. Recíproco: Los segmentos tangentes trazados a una circunferencia desde un punto exterior son congruentes y determinan ángulos congruentes con la recta que pasa por el centro y el punto de intersección de las tangentes.</li> </ol> </li> <li>• Representa gráficamente la información que presenta cada propiedad y recíproco.</li> <li>• ¿Qué relación se puede establecer, entre la parte práctica que se realizó y las propiedades y recíprocos que se están trabajando?.</li> <li>• ¿Qué se puede ganar, al conocer las propiedades y recíprocos que se establecen a partir de la tangencia entre la circunferencia y la recta?.</li> </ul> <p>Después de socializar las respuestas dadas a las consignas y preguntas anteriores y</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>finalizando esta actividad, el docente propone a los estudiantes solucionar, en el material del estudiante, cinco problemas que se relacionan con la circunferencia. Dichos problemas propuestos, se caracterizan por requerir que los estudiantes manejen de forma adecuada lo abordado hasta el momento.</p> <p>1.</p> <p>Es importante que para la socialización de las respuestas dadas a cada problema, los estudiantes realicen dos representaciones, una inicial que permita mediante un dibujo interpretar y pensarse la situación y una en la que se cuente con una interpretación geométrica de la situación propuesta.</p>	
<p>Resumen</p> 	Resumen	<p>Actividad:</p> <p>El docente propone a los estudiantes la siguiente consigna.</p> <p>Después de conocer los aspectos particulares de la circunferencia como un lugar geométrico, resuelve las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Haciendo uso de 10 términos trabajados en clase, elabora un crucigrama, para que sea resuelto por uno de tus compañeros. Recuerda que en un crucigrama, se da una pista para que la persona descubra la palabra que corresponde y que esta debe ser lo más clara posible.</li> <li>• De acuerdo a la siguiente figura, en la cual O es el centro de la circunferencia, completa las siguientes oraciones:             <ol style="list-style-type: none"> <li>1. _____ es un diámetro.</li> <li>2. _____ es un radio.</li> <li>3. _____ es una cuerda.</li> <li>4. _____ es una recta secante.</li> <li>5. _____ es una recta tangente.</li> <li>6. _____ es una recta exterior.</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recurso Interactivo</li> <li>• Material del estudiante</li> </ul>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
			
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>TAREA</p> <p>Busca en la Web o en libros de arte, cuatro pinturas o esculturas en las cuales la circunferencia sea tomada como elemento principal. Después, desarrolla las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Busca el nombre del artista que la elaboro.</li> <li>• Que tendencia o línea artística sigue el artista.</li> <li>• Es posible conocer o determinar los elementos constitutivos reales de las circunferencias. ¿Cómo?</li> </ul> <p>Finalmente, elabora un dibujo en el cual reúnas varias circunferencias y haciendo uso de diferentes tonalidades de colores, elabora tu obra de arte.</p>	