Grado 10

Matematicas - Unidad 5

Elementos adicionales de un análisis estadístico

Título del objeto de aprendizaje

Estimación de probabilidades condicionadas

Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)	Grado: 10° UoL_5: **Elementos adicionales de un análisis estadístico** LO_1: Organización de la información en situaciones de recolección de datos Recurso:	
	Grado: 10° UoL_5: **Elementos adicionales de un análisis estadístico** LO_5: Cálculo de probabilidades haciendo uso de las técnicas de conteo Recurso:	
Objetivos de aprendizaje	• Resolver situaciones aleatorias que involucren probabilidades condicionadas. • Deducir la regla de Bayes mediante el uso de diagramas y tablas de frecuencias y probabilidades.	
Habilidad / Conocimiento (H/C)	[SCO 1]	Encuentra probabilidades condicionadas mediante el Teorema de Bayes
	[H/C 1]	Realiza experimentos simulados de muestreo aleatorio haciendo uso de herramientas tecnológicas.
	[H/C 2]	Genera tablas de frecuencias absolutas en donde registra los sucesos intersección dos a dos.
	[H/C 3]	Utiliza tablas de contingencia y diagramas de árbol para el conteo de casos y la asignación de probabilidades.
	[H/C 4]	Hace uso de diagramas de árbol para estimar probabilidades marginales y condicionadas.
	[H/C 5]	Conjetura acerca de relaciones multiplicativas existentes entre las frecuencias relativas.
	[H/C 6]	Construye una noción acertada de probabilidad condicional.
	[H/C 7]	Construye una noción acertada de probabilidad condicional.
	[H/C 8]	Calcula probabilidad condicionada haciendo uso del teorema de Bayes.

Flujo de aprendizaje	Introducción ⟶ Objetivos ⟶ Desarrollo ⟶ Resumen ⟶ Tarea **Introducción**: • No me condiciones. **Objetivos de aprendizaje.** **Actividad 1:** Simulando experimentos aleatorios. [H/C 1 – H/C 2]. **Actividad 2:** Hallando más probabilidades. [H/C 3 - H/C 4 - H/C 5 - H/C 7 - H/C8]. **Resumen: Estableciendo Conclusiones.** **Tarea.**
Guia de valoración	Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, podrán reconocer tanto la probabilidad condicional, como la probabilidad de que ocurra un evento A dado que ya ocurrió otro B, es decir la probabilidad de ocurran al mismo tiempo los eventos A y B bajo la condición de estar en un nuevo espacio muestral B. Además estarán en capacidad de interpretar situaciones problema y seleccionar el método más adecuado para hallar la solución.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción		• **No me condiciones.** El docente, apoyado en el recurso, presenta el video a sus estudiantes. En este se presenta el caso de una joven quien constantemente utiliza la palabra probabilidad en sus expresiones, acción que llega a molestar a su novio, quien la quiere condicionar. Es necesario, que el docente haga explícito, que después de observar el video se deben abordar una serie de consignas, antes de su proyección. Terminada la presentación del video y formando parejas de trabajo, los estudiantes deben abordar las siguientes consignas en el Material del Estudiante: » De acuerdo al video, ¿Qué tan importante puede ser la probabilidad? » Enlista cinco situaciones en las que se pueda utilizar el concepto de probabilidad. » Enlista cinco situaciones en las que consideres que tú debes hacer alusión a la probabilidad. » ¿Has trabajado la probabilidad? ¿Qué recuerdas en relación a esta?	**VIDEO** Se muestra la interacción de una joven con su novio. En dicha interacción, se resalta el uso constante de la palabra probabilidad y sinónimos de parte de la joven, situación que llega a molestar a su novio. Frente a esta situación la joven, solo responde que a ella no la pueden condicionar, como condicionan a la probabilidad.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Dado un tiempo prudencial, para abordar las consignas propuestas, el docente socializa las respuestas de mínimo cinco parejas de trabajo, siendo importante que se logre hacer explícitos los conocimientos previos de los estudiantes, en relación a la probabilidad.	
Objetivos		Objetivos de aprendizaje El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. Se considera importante que el docente explique los objetivos propuestos, pues a partir de estos el estudiante reconocerá lo que debe alcanzar finalizado el proceso enseñanza-aprendizaje.	
Contenido		Actividad 1: Simulando experimentos aleatorios [H/C 1 - H/C 2]. [H/C 1: Realiza experimentos simulados de muestreo aleatorio haciendo uso de herramientas tecnológicas.] [H/C 2: Genera tablas de frecuencias absolutas en donde registra los sucesos intersección dos a dos.] El docente propone las siguientes consignas y preguntas, para ser abordadas de manera individual en el Material del Estudiante: » ¿Conoces alguna herramienta tecnológica, con la que se pueda realizar algún trabajo de tipo estadístico? Si ¿Cuál? No ¿Por qué? » Si te proponen trabajar con una herramienta tecnológica, ¿Qué te gustaría poder hacer con esta? Después de socializar las respuestas dadas, por algunos de los estudiantes, el docente debe realizar las siguientes explicaciones: El docente, apoyado en el recurso, explica cómo realizar una simulación aleatoria de una encuesta que se realiza a hombres y	Anexo 1 y 2 de apoyo para el ID.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

mujeres sobre la nota final de un curso.

La encuesta en este caso es la siguiente:

Señale con x

Hombre:______

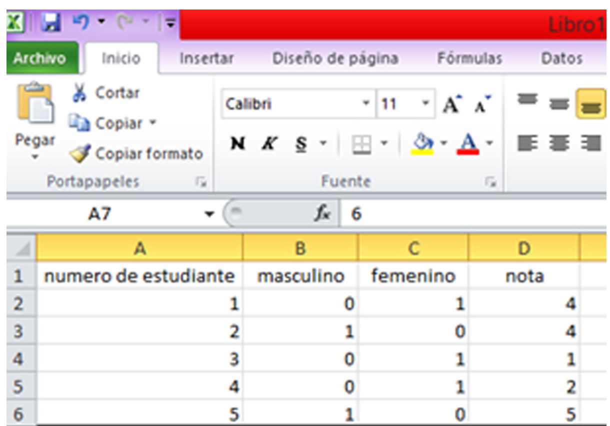
Mujer:________

Que nota final saco en el curso de probabilidad y estadistica?

____

Pasos para elaborar un experimento aleatorio en Excel (encuesta sencilla):

» Lo primero que se hace es dar nombre a las columnas que indique la información que contiene, en este caso:



	A	B	C	D
1	numero de estudiante	masculino	femenino	nota
2	1	0	1	4
3	2	1	0	4
4	3	0	1	1
5	4	0	1	2
6	5	1	0	5

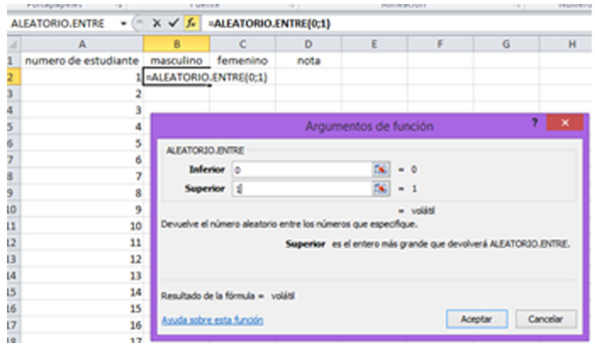
» Luego se enumeran la cantidad de estudiantes en la primera columna, en este caso hasta 40.

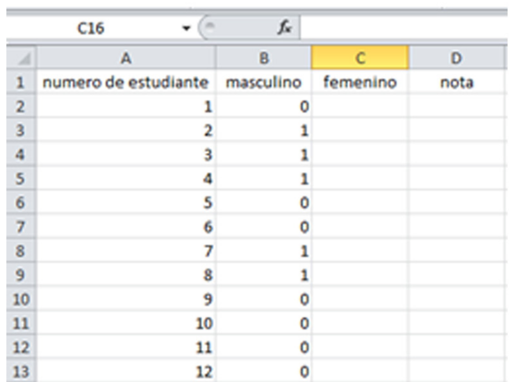
» Se rellena aleatoriamente las tres casillas correspondientes a la encuesta de la siguiente manera:

Para la columna B, si el estudiante es masculino el programa me arroja el valor de 1, de lo contrario arroja el valor de 0. Esto se logra utilizando la formula "ALEATORIO.ENTRE" sobre la celda B2 y dando los valores entre 0 y 1. Luego copio la formula hasta completar los 40 estudiantes.

B2 = ALEATORIO.ENTRE(0;1)

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados





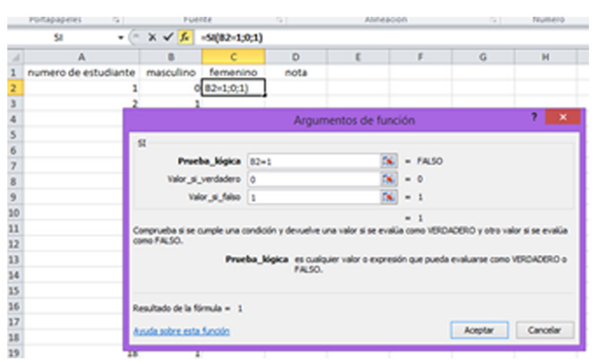
	A	B	C	D
1	numero de estudiante	masculino	femenino	nota
2	1	0		
3	2	1		
4	3	1		
5	4	1		
6	5	0		
7	6	0		
8	7	1		
9	8	1		
10	9	0		
11	10	0		
12	11	0		
13	12	0		

Esto quiere decir que cuando aparezca el valor 1, el estudiante es masculino, cuando es 0 será femenino.

Ahora le doy la orden al programa de marcar si es femenino o no en la columna C, de acuerdo al resultado que arroje la columna B, para ello se utiliza la formula "SI" donde indico el valor que quiero que arroje si se cumple algo específico, o el valor en caso de que no se cumpla.

En este caso, la orden es:
"SI" el valor en la columna B es 1 (es masculino) entonces me arroja 0, pues no es femenino, en caso contrario me arroja el valor de 1.

C2 = SI(B2=1;0;1)



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

Después copio la formula para todos los estudiantes y verifico que efectivamente cada estudiante o es femenino o es masculino.

A	B	C
numero de estudiante	masculino	femenino
1	0	1
2	1	0
3	1	0
4	0	1
5	0	1
6	0	1
7	0	1
8	0	1
9	1	0

Finalmente la columna C se rellena de igual manera que la B solo que el rango va desde 1 hasta 5, pues se hace referencia a calificaciones.

D2 = ALEATORIO.ENTRE(1;5)

D2 =ALEATORIO.ENTRE(1;5)

A	B	C	D
numero de estudiante	masculino	femenino	nota
1	0	1	3
2	0	1	2
3	1	0	1
4	0	1	4
5	1	0	4
6	1	0	2
7	1	0	1
8	0	1	5
9	0	1	4
10	0	1	3

Y con esto, ya queda establecido el experimento aleatorio de la encuesta, la cual puede variar dando F9 cuantas veces se desee.

» Ahora se procede a realizar el análisis de la encuesta. En este caso interesa saber ¿Cuántos hombres aprobaron y Cuántas mujeres aprobaron?

Para ello se van a establecer en una columna (E) la opción "aprobó" (muestra si el estudiante aprobó), en otra columna (F) la opción "hombre aprobó" (muestra si el estudiante hombre aprobó) y en la columna (G) la opción "mujer aprobó" (muestra si la estudiante mujer aprobó).

Estas últimas dos opciones, tienen como propósito clasificar entre hombre y mujeres los que aprobaron y facilitar el conteo.

En la columna "aprobó" utilizo la fórmula "SI" de la siguiente manera:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

E2 = SI(D2<3;"NO";"SI")

Esta fórmula indica que si la nota (D2) es menor que 3, entonces arroja NO, porque no se aprueba si la nota es menor que 3, si esto no se cumple entonces Si aprueba.

=SI(D2<3;"NO";"SI")

B	C	D	E
asculino	femenino	nota	aprobó
1	0	2	NO
0	1	2	NO
1	0	3	SI
0	1	3	SI
1	0	4	SI
0	1	1	NO
0	1	5	SI

Para la columna de "masculino aprobó" la fórmula que se utiliza indica que se tienen que cumplir dos condiciones, en este caso pues que sea masculino y además que apruebe (de igual forma con la columna "femenino aprobó"), si lo cumple arroja el valor de 1 y en caso que no, arroja el valor de 0; para ello se utiliza la siguiente fórmula:

F2 = SI ((B2=1)*(E2="SI"); 1; 0)

=SI((B2=1)*(E2="SI");1;0)

B	C	D	E	F	G
masculino	femenino	nota	aprobo	masculino aprobó	femenino aprobo
0	1	2	NO	0	0
0	1	4	SI	0	1
1	0	5	SI	1	0
1	0	2	NO	0	0
1	0	5	SI	1	0
0	1	1	NO	0	0
1	0	1	NO	0	0

» Ahora podemos contar la cantidad total de hombres, de mujeres, de hombres que aprobaron y de mujeres que aprobaron utilizando la fórmula de "SUMA" y para ello me ubico en la fila siguiente de los resultados y aplico la fórmula sobre la respectiva columna:

B42 =SUMA(B2:B41)

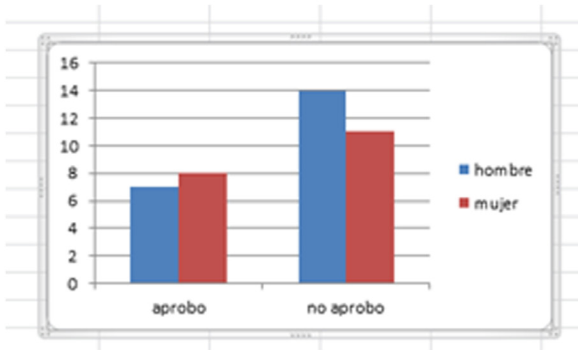
	A	B	C	D	E	F	G
1	numero de estudiante	masculino	femenino	nota	aprobo	masculino aprobó	femenino aprobo
35	34	0	1	5	SI	0	1
36	35	0	1	2	NO	0	0
37	36	1	0	4	SI	1	0
38	37	1	0	2	NO	0	0
39	38	0	1	4	SI	0	1
40	39	0	1	2	NO	0	0
41	40	0	1	4	SI	0	1
42	total	21	19			7	8

» Luego se procede a construir una tabla de contingencia con los valores totales que se acaban de hallar, así:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

	aprobo	no aprobo	total
hombre	7	14	21
mujer	8	11	19
total	15	25	40

Y también se puede realizar una gráfica:



Terminada la explicación, el docente en compañía de sus estudiantes, debe generar un archivo de Excel en el que cambie los resultados (presiona F9). Posteriormente, se solicita a los estudiantes, que tomen los apuntes pertinentes en el Material del Estudiante y dar respuesta a las siguientes preguntas y consignas:

- ¿Qué probabilidad existe de que una mujer apruebe el examen?.
- ¿Qué es más probable, que una mujer apruebe o que un hombre apruebe?.
- ¿Qué probabilidad hay de que el estudiante sea hombre y no apruebe el curso?.
- Genera dos tablas y dos gráficos, en relación a la información con la que se trabajó, indicando su utilidad en un análisis estadístico.

Al finalizar, se deben socializar las respuestas y los procedimientos que hayan utilizado los estudiantes, en caso de ser necesario el docente interviene con aclaraciones o correcciones.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Actividad 2. Hallando más probabilidades [H/C 3 - H/C 4 - H/C 5 - H/C 7 - H/C 8] [H/C 3: Utiliza tablas de contingencia y diagramas de árbol para el conteo de casos y la asignación de probabilidades.] [H/C 4: Hace uso de diagramas de árbol para estimar probabilidades marginales y condicionadas.] [H/C 5: Conjetura acerca de relaciones multiplicativas existentes entre las frecuencias relativas.] [H/C 7: Encuentra probabilidades condicionadas a partir de modelos con diagramas de árbol.] [H/C 8: Calcula probabilidad condicionada haciendo uso del teorema de Bayes.] Con ayuda del recurso, el docente plantea la siguiente situación y solicita a los estudiantes que en el Material del Estudiante propongan una posible solución al problema: **Problema:** El 85% de los perros blancos son hembras. El 60% de los perros son blancos. Al tomar un perro al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca y hembra? Tras haber pasado el tiempo que el docente estime necesario para solucionar el problema, solicita a cinco estudiantes dar las respuestas halladas. En caso de haber sido hallada la respuesta correcta, el docente le solicitará a ese estudiante que la comparta con el resto del grupo y lo apoya con el recurso mostrando todo el proceso terminado, en caso contrario procede a resolver paso a paso el problema con ayuda del recurso y de los estudiantes de la siguiente manera:	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

1. Definamos el experimento y los eventos A y B de la situación.

Experimento: **sacar un perro al azar**
Llamemos **A** al evento: **"el perro es blanco"**
Llamemos **B** al evento: "**el perro es hembra**"

2. Observemos que información nos da el problema.

El 85% de los perros blancos son hembras, esta frase corresponde a P (B/A) porque es la probabilidad de que el perro seleccionado sea hembra dado que es blanco.

El 60% de los perros son blancos, esta frase corresponde a P(A) porque es la probabilidad de que el perro seleccionado sea blanco.

¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca y hembra? Esta frase corresponde a P(A B) pues es la probabilidad de que sea blanca y hembra, siempre la letra "y" se relaciona con la intersección en teoría de conjuntos.

Resumiendo, tenemos:

$P(B/A) = 0.85$
$P(A) = 0.6$
$P(A \cap B) = ?$

De acuerdo a la ecuación de probabilidad condicional

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Se deriva $P(B/A).P(A)= P(A \cap B)$
$P(A \cap B)=(0.85).(0.6)$
$P(A \cap B)=0.51$

Es decir que la probabilidad de seleccionar un perro al azar y que este sea blanca y hembra es del 51%.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		El docente debe explicar, con ayuda del recurso, que las probabilidades multiplicando o dividiendo son características de los cambios de espacio muestral. **Diagramas de árbol:** Ahora, apoyado en el recurso y con ayuda de los estudiantes se resuelve el siguiente ejercicio en el Material del Estudiante: Se tienen en una caja 3 bolitas negras y 3 bolitas blancas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 bolitas y que resulten ser blancas? Se da un tiempo prudencial, para que los estudiantes aborden las preguntas propuestas y teniendo en cuenta sus respuestas, es importante que el docente explique los siguientes aspectos: Como originalmente hay 3 bolitas negras y 3 blancas, la probabilidad de sacar una bolita blanca es 0.5. Sacamos una bolita y la dejamos afuera. Supongamos que la bolita que sacamos resultó ser blanca. ¿Cuál es ahora la probabilidad de sacar una bolita blanca? Intuitivamente (por ahora) responderemos que es 2/5, porque quedan 2 bolitas blancas en las 5 que hay. Ahora le pondremos nombre a estos sucesos: A: que la primera bolita sacada sea blanca B: que la segunda bolita sacada sea blanca Evidentemente lo que estamos buscando es $P(A \cap B)$ Sabemos que $P(A \cap B) = P(A/B).P(B) = P(B/A).P(A)$ Y según lo que acabamos de analizar, conocemos $P(A) = 0.5$, y también conocemos $P(B/A) = 2/5$ porque es la probabilidad de que la segunda bolita sea blanca sabiendo que la primera lo fue.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

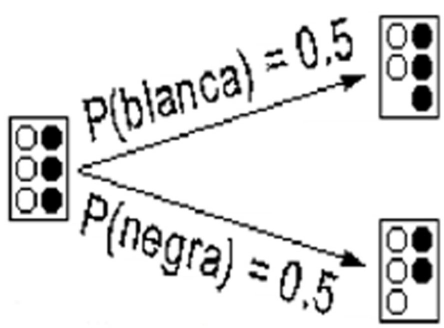
Entonces calculamos:

$P(A \cap B) = P(A).P(B/A) = (0.5).(2/5) = 1/5$

Con lo cual se responde a la pregunta: la probabilidad de sacar 2 bolitas y que ambas sean blancas, es 1/5.

El docente recuerda a los estudiantes, que cuando aparecían probabilidades multiplicando eso indicaba cambios de espacios muéstrales, y que en este caso se puede ver que la P(B/A) que usamos es la probabilidad de que ocurra B referida al espacio muestral A. Es decir, luego de que sacamos una bolita blanca, cuando llega el momento de sacar la segunda bolita, el espacio muestral ya no es el mismo que era antes de sacar la primera (porque la composición de las bolitas en la caja ya no es la misma).

Ahora veremos un diagrama que nos podrá ser de utilidad en estos casos, el cual se denomina diagrama de árbol:



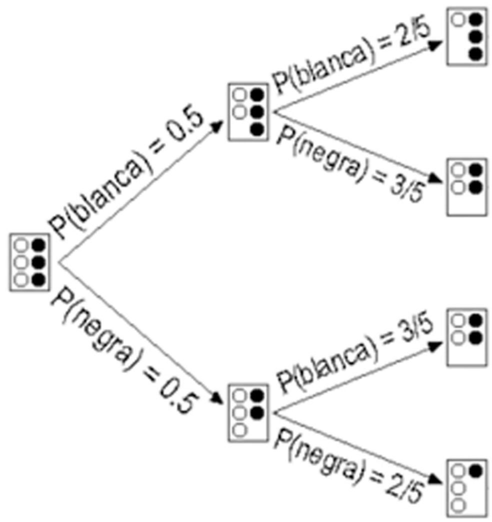
En este diagrama de árbol se muestra el estado original de la caja, las probabilidades de sacar una bolita blanca y una bolita negra, y el estado de la caja luego de sacar ese tipo de bolita.

Naturalmente, el diagrama se puede expandir, y se puede volver a describir las probabilidades de sacar bolitas blancas y negras en cada caso (es decir, las probabilidades de que la segunda bolita que se saque sea blanca o negra) y así sucesivamente. Esta lógica se puede seguir

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

aplicando recursivamente mientras sigan quedando bolitas en la caja.

Para el ejemplo anterior, el diagrama de árbol quedaría de la siguiente forma:



Este diagrama nos proporciona muchísima información.

Por ejemplo:
Podemos calcular fácilmente lo que habíamos calculado antes: la probabilidad de que las primeras 2 bolas que se saque sean blancas. Simplemente hacemos el camino correspondiente, multiplicando, y obtenemos la probabilidad buscada:

(0.5).(2/5) =1/5

De esta misma manera, se pueden calcular las probabilidades de otros sucesos, como la probabilidad de que saque la primera bola blanca y la segunda bola negra que correspondería a (0.5).(3/5) = 3/10.

Ahora el docente solicita a los estudiantes que extiendan el diagrama de árbol para el suceso en donde se saquen tres bolas y que calculen las siguientes probabilidades:

- Probabilidad de sacar una blanca, una negra y una negra.
- Probabilidad de sacar las tres bolas

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		negras. • Probabilidad de sacar dos blancas y una negra. Además deben responder a la pregunta: ¿Qué relación encuentras entre las probabilidades calculadas? Luego de que los estudiantes hayan realizado la actividad, el docente solicita que socialicen las respuestas y junto con ellos construye esta conclusión: Para hallar cualquier combinación de eventos, se puede hallar fácilmente multiplicando las probabilidades del camino correspondiente, estos cálculos se pueden hacer porque las probabilidades que figuran en el diagrama de árbol son probabilidades condicionales. **Teorema de Bayes** El docente solicita a los estudiantes, que resuelva la siguiente actividad en el Material del Estudiante: Suponga que en un instituto el 20% de los empleados son ingenieros, el 30% son normalistas y el resto son licenciados. El 15% de los ingenieros ocupan un puesto directivo, el 5% de los normalistas ocupan un puesto directivo y de los licenciados el 40% ocupan un puesto directivo. 1. Realice un diagrama de árbol, que represente la información dada. 2. Determine cada una de las siguientes probabilidades: » Un ingeniero sea directivo » Un licenciado sea directivo » Un normalista sea directivo 3. Si ahora lo que necesita es hallar la probabilidad de que un empleado directivo escogido al azar sea licenciado: » ¿Cómo lo hallaría?.	

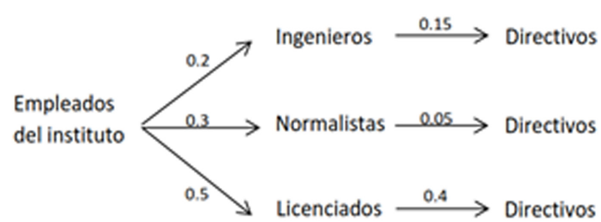
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

» ¿Cuál sería el espacio muestral en este caso?.

» ¿Cuál es la probabilidad que un directivo escogido al azar sea un licenciado?.

Después de dar un tiempo prudencial para que los estudiantes resuelvan la actividad y la socialicen entre todos, el docente procede a mostrar con ayuda del recurso, la situación problema junto con todas las respuestas para terminar presentando el teorema de Bayes de la siguiente manera:

Si en un instituto el 20% de los empleados son ingenieros, el 30% son normalistas y el resto son licenciados. El 15% de los ingenieros ocupan un puesto directivo, el 5% de los normalistas ocupan un puesto directivo y de los licenciados el 40% ocupan un puesto directivo. Esta información se puede representar así:



Definiendo probabilidades tenemos que:

P(I) = 0.2
P(N) = 0.3
P(L) = 0.5

P(D/I) = 0.15 (sea directivo, dado que es ingeniero)
P(D/N) = 0.05 (sea directivo, dado que es normalista)
P(D/L) = 0.4 (sea directivo, dado que es licenciado)

Si ahora lo que necesito es hallar la probabilidad de que un empleado directivo escogido al azar sea licenciado significa hallar P(L/D).

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Si analizamos la ecuación de probabilidad condicional tendríamos:	

$$P(L/(D)) = \frac{P(L \cap D)}{P(D)}$$

Sabemos que:

$$P(L \cap D) = P(L/D).P(D) = P(D/L).P(L)$$

$$P(L \cap D) = (0.4).(0.5)$$

$$P(L \cap D) = 0.2$$

Pero tenemos que conocer la probabilidad total de que sea directivo (P(D)) y utilizando el mismo procedimiento anterior tenemos:

$P(L \cap D) = P(D/L).P(L) \longrightarrow$ directivos licenciados
$P(I \cap D) = P(D/I)).P(I) \longrightarrow$ directivos ingenieros
$P(N \cap D) = P(D/N).P(N) \longrightarrow$ directivos normalistas

Esto corresponde al total de directivos, pues no existen otro tipo de empleado en la institución ya que al sumar las probabilidades de ingenieros, normalistas y licenciados nos da el 100%.

Los cálculos arrojan los siguientes resultados:

$P(L \cap D) = (0.4).(0.5) = 0.2$
$P(I \cap D) = (0.15).(0.2) = 0.03$
$P(N \cap D) = (0.05).(0.3) = 0.015$

Al sumar estas probabilidades obtengo la probabilidad total de que sea directivo:

$P(L \cap D) + P(I \cap D) + P(N \cap D) =$
$P(D \cap (L \cup I \cup N))$ como $(L \cup I \cup N) = E$ espacio muestral
y como $D \subset E$ entonces $(E \cap D) = D$
luego

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

$P(D \cap (L \cup I \cup N)) = P(D \cap E) = P(D)$

$P(L \cap D) + P(I \cap D) + P(N \cap D) = P(D)$
$0.2 + 0.03 + 0.015 = 0.245 = P(D)$

Ahora si podemos dar respuesta a la pregunta
¿Cuál es la probabilidad que un directivo escogido al azar sea un licenciado?

$$P(L/(D) = \frac{P(L \cap D)}{P(D)} = \frac{0.2}{0.245} = 0.816$$

La probabilidad de que un directivo escogido al azar sea un licenciado es del 81.6%.

Después de esta solución, el docente procede a mostrar de forma resumida el proceso que se realizó, con ayuda del recurso:

Recordemos que:

$P(L \cap D) = P(D/L).P(L)$
$P(I \cap D) = P(D/(I)).P(I)$
$P(N \cap D) = P(D/N).P(N)$

$P(D) = P(L \cap D) + P(I \cap D) + P(N \cap D)$

Y reemplazando en la ecuación de probabilidad condicional y en P(D) se obtiene:

$$P(L/(D) \quad \frac{P(L \cap D)}{P(D)} \quad \frac{(P(D/L).P(L)}{(P(L \cap D)+P(I \cap D)+P(N \cap D)}$$

$$P(L/(D) \quad \frac{(P(D/L).P(L)}{(P(D/L).P(L)+P(D/(I)).P(I)+P(D/N).P(N)}$$

Esta ecuación corresponde al teorema de Bayes, el cual expresa la probabilidad condicional de un evento aleatorio A dado B en términos de la distribución de probabilidad condicional del evento B dado A y la distribución de probabilidad marginal de sólo A.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		En términos generales: $P(p_i/A)=\frac{P(A/p_i)\,P(p_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A/p_i)\,P(p_i)}$ Observemos que se tienen como dato las probabilidades originales de las partes y la probabilidad de que ocurra A dentro de cada parte, y lo que se obtiene es la probabilidad de que ocurra una determinada parte sabiéndose que ocurrió A.	
Resumen	Resumen	**Actividad** **Practicando y Recordando** El docente propone a los estudiantes, organizar el grupo en subgrupos de tres integrantes, cada subgrupo debe dar respuesta a las siguientes consignas en el Material del Estudiante: » En un determinado grupo de gente hay personas rubias, morochas y pelirrojas. El 60% de la gente es morocha, el 30% rubia y el 10% pelirroja. El 50% de los rubios tiene ojos claros, el 40% de los pelirrojos tiene ojos claros y el 25% de los morochos tiene ojos claros. Si una persona elegida al azar tiene ojos claros, ¿cuál es la probabilidad de que sea rubia? » Se tienen en una urna 2 bolas negras, 3 blancas y 4 rojas. Calcule la probabilidad de que al sacar 3 bolas sin reposición: a) sean 3 blancas b) la primera sea blanca, la segunda negra, y la tercera roja » Las revistas pueden estar en castellano, en inglés o en portugués. En cierto puesto de diarios, el 90% de las revistas está en castellano y el 2% está en portugués.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		El 80% de las revistas de computación está en castellano. El 30% de las revistas es de computación. Si una revista está en portugués, hay una probabilidad de 0,4 de que sea de computación. ¿Cuál es la probabilidad de que tomando una revista al azar, esté en inglés y no sea de computación? Construya una tabla de contingencia para representar la información. Al terminar la actividad el docente le pide a un estudiante por grupo que exponga el procedimiento de cualquiera de los problemas en el tablero para socializar con el resto de los estudiantes, el docente debe verificar que no falte ningún problema por socializar y debe intervenir con aclaraciones o correcciones cuando lo considere pertinente.	
Tarea	Tarea	TAREA El docente propone la siguiente consulta: » Realiza la simulación de una encuesta sobre el equipo de futbol preferido a un grupo de chicas y chicos, donde tu escoges el espacio muestral, es decir, la cantidad de personas que serán encuestadas. Después, representa cada una de las probabilidades que arroje el experimento aleatorio en una tabla de contingencia. » Consulta un dato o gráfico estadístico en el periódico e interpreta la información que suministra, posteriormente evalúa la posibilidad que se tendría de trabajar con este, alguno de los temas que se abordaron en este objeto de aprendizaje. » Consulta probabilidades condicionales que se encuentren en nuestro diario vivir.	

Anexos

Anexo 1

El término "condicional" es muy común en la vida cotidiana y al igual que cuando escuchamos "libertad condicional" que se refiere una libertad con condiciones, la probabilidad condicional se refiere una probabilidad bajo ciertas condiciones, miremos a qué condiciones se refiere.

Supongamos que estamos estudiando el rendimiento de los estudiantes de la materia Probabilidad y Estadística en un determinado examen.

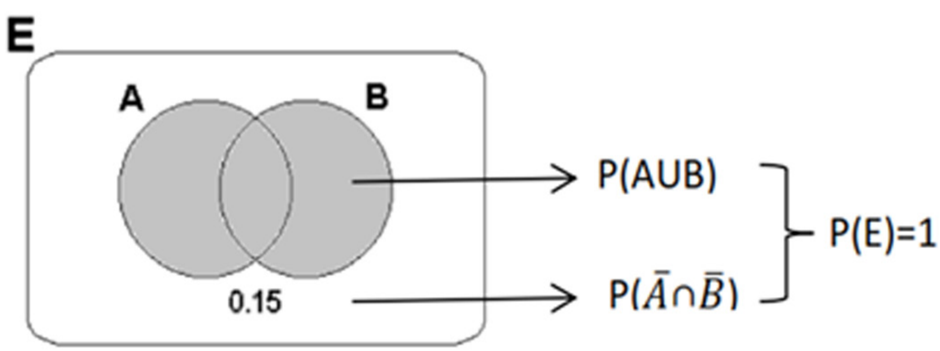
De una observación se obtienen los siguientes resultados:

- El 80% de los estudiantes estudió para el examen
- El 75% de los estudiantes aprobó el examen
- El 15% de los estudiantes no estudió para el examen y no lo aprobó.

Si definimos el experimento de tomar un estudiante al azar, y llamamos A al suceso "el estudiante tomado aprobó el examen" y B al suceso "el estudiante tomado estudió para el examen", entonces tenemos que:

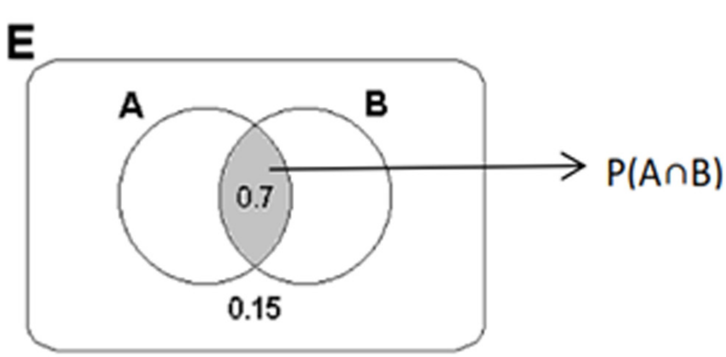
$P(A) = 0.75$ $P(B) = 0.8$ $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.15$

Con estos datos y considerando que $P(E) = 1$, ya podemos hacer el diagrama de Venn correspondiente y conocer las probabilidades de todas las regiones de la siguiente forma:

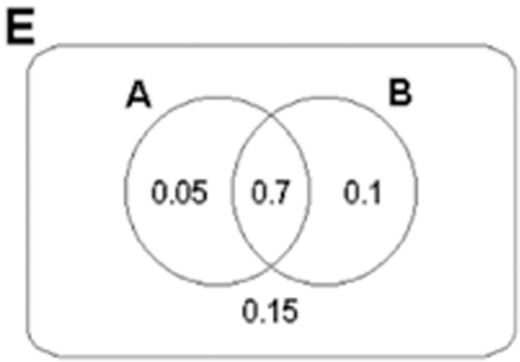


Entonces $P(AUB) = P(E) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.15 = 0.85$

Como $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ entonces $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(AUB) = 0.75 + 0.8 - 0.85 = 0.7$



Finalmente completo las probabilidades faltantes teniendo en cuenta el valor de la probabilidad total de los sucesos A y B.



Esta información también se puede representar por medio de una tabla de contingencia:

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó			
No Aprobó			
Totales			

Lo primero que se debe hacer es ubicar la información que nos da el problema:

$P(A) = 0.75 = 75\% \longrightarrow$ (aprobó)
$P(B) = 0.8 = 80\% \longrightarrow$ (estudió)
$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.15 = 15\% \longrightarrow$ (no estudió y no aprobó)

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó			P(A)
No Aprobó		$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	
Totales	P(B)		100%

→

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó			75%
No Aprobó		15 %	
Totales	80%		100%

Luego empiezo a rellenar los campos que hacen faltan sabiendo que al sumar las probabilidades me debe dar el total del 100%.

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó			75%
No Aprobó		15%	25%
Totales	80%	20%	100%

→ 80% + 20% = 100%

75% + 25% = 100%

Continúo de la misma manera y obtengo finalmente:

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó	70%	5%	75%
No Aprobó	10%	15%	2%
Totales	80%	20%	100%

Cuando se tiene una tabla de contingencia, ésta presenta de forma organizada la información y se puede utilizar para encontrar la probabilidad de cualquier suceso posible.

Por ejemplo:

Al seleccionar un estudiante al azar, el estudiante:

C: "estudió y no aprobó el examen"

Si analizamos la tabla, tenemos que pararnos en la intersección entre "estudió" y "no aprobó" es decir:

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó	70%	5%	75%
No Aprobó	10%	15%	2%
Totales	80%	20%	100%

Lo que nos dice que la probabilidad de que un estudiante estudió y no aprobó es del 10%

P(C) = 0.1 = 10%

D: "no estudió y aprobó"

	Estudio	No Estudio	Totales
Aprobó	70%	5%	75%
No Aprobó	10%	15%	2%
Totales	80%	20%	100%

Aquí nos dice que la probabilidad de que un estudiante no estudió y aprobó es del 5%.

P(D) = 0.05 = 5%

Y ahora:

¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante que haya estudiado haya aprobado el examen?

Intuitivamente podemos darnos cuenta de que, al menos bajo ciertas circunstancias, el procedimiento para encontrar la respuesta podría ser fijarnos en, de entre los estudiantes que estudiaron, cuantos aprobaron. Analizando el diagrama de Venn y/o la tabla de frecuencia absoluta, se puede ver que la probabilidad de que el estudiante haya estudiado es del 80% y que de ese 80% el 70% aprobó y el 10% restante no aprobó el examen. Entonces se puede decir que de cada 80 estudiantes que estudiaron 70 aprobaron. Visto de otra forma, si estamos parados en B, la probabilidad de estar al mismo tiempo también parados en A es 70/80 = 0.875.

La cuenta que hicimos intuitivamente fue calcular la proporción entre la cantidad de estudiantes que [estudió y aprobó], sobre el total de estudiantes que estudiaron.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Dicha expresión constituye la definición de **probabilidad condicional**, y vale para todo par de sucesos A, B contenidos en el mismo espacio muestral P(A/B) se lee “probabilidad condicional de A dado B”, o bien “probabilidad de A dado B” o bien “probabilidad de que ocurra A sabiendo que ocurrió B”.

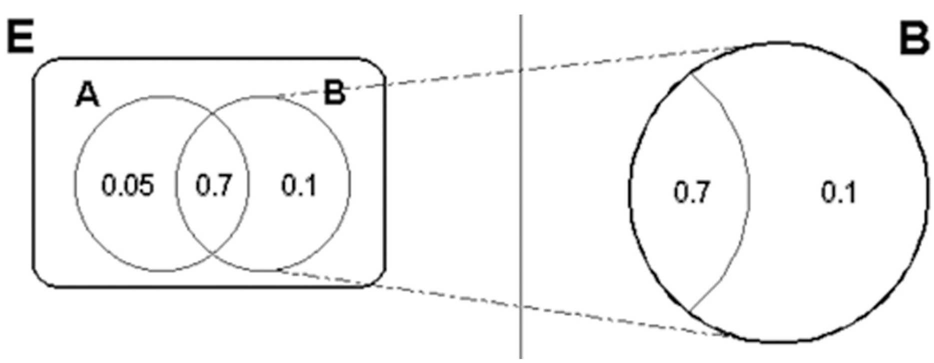
¿Cómo explicamos desde los conceptos vistos hasta ahora la expresión hallada para la probabilidad condicional?

Como se acaba de ver, la probabilidad de que ocurra A dado que ocurrió B es la probabilidad de que ocurran A y B simultáneamente dividida la probabilidad de que ocurra B, es decir, la probabilidad de “estar parados en A, sabiendo que estamos parados en B”.

Lo que sucede es que el hecho de “estar parados en B” implica que estamos asumiendo que B es cierto. Es decir, estamos calculando probabilidades a condición de que B ocurra.

Eso no se diferencia en nada de considerar, al menos por un momento, que B es nuestro nuevo espacio muestral, y que P(A/B) no es otra cosa que P(A) dentro de ese nuevo espacio muestral.

Es decir, P(A/B) es en realidad la probabilidad de que ocurra A en un espacio en el que estamos asumiendo que ocurrió B.



Pero el B con el que nos quedamos todavía no está listo para ser un espacio muestral, porque sus probabilidades no suman 1.

Justamente, las probabilidades que tienen en ese gráfico no son correctas porque estaban referidas al espacio muestral E. Hay que adaptarlas respetando dos cosas:

- Ahora deberán sumar 1.
- No se debe alterar la proporción relativa que tienen las probabilidades dentro de B.

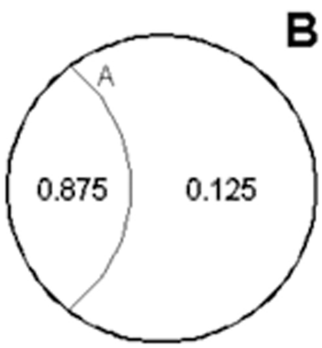
La forma de cumplir con esas dos cuestiones es multiplicar (o dividir) todas las probabilidades que están en B por el mismo factor.

¿Cuál es ese factor?

Comencemos por notar que las probabilidades contenidas en B suman P(B). Entonces dividiendo todas las probabilidades por P(B), la suma tiene que dar 1.

Y al estar dividiendo todas las probabilidades por el mismo número, la proporción se mantiene. Ahora ya sabemos por qué aparece el P(B) dividiendo en la definición de probabilidad condicional.

En el ejemplo, P(B) = 0.8
Entonces el 0.7 se convierte en 0.7 / 0.8 = 0.875
Y el 0.1 se convierte en 0.1 / 0.8 = 0.125
Con lo cual ya tenemos todo lo que necesitamos para describir nuestro nuevo espacio muestral B.



el nuevo espacio muestral

Anexo 2: archivo adjunto de Excel "la encuesta".