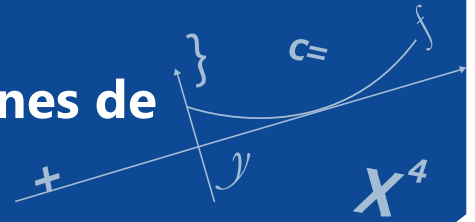


Clasificación de funciones de variable real.



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado: 10°

UoL_1: Reconozcamos otras características de la función.

LO_6: Reconocimiento de funciones de variable real.

Recurso:

Grado: 11°

UoL_2: Las funciones, una forma de interpretar relaciones entre números reales.

LO_1: Caracterización de las funciones de variable real.

Recurso:

Objetivos de aprendizaje

- Clasificar funciones de variable real de acuerdo a sus comportamientos.
- 1. Identificar el comportamiento de las funciones inyectivas.
- 2. Identificar el comportamiento de las funciones sobreyectivas.
- 3. Identificar el comportamiento de las funciones biyectivas.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

[SCO 1]

Caracteriza funciones inyectivas que se observan en situaciones dentro de las matemáticas, otras ciencias o su cotidianidad.

[H/C 1]

Clasifica distintas situaciones funcionales de acuerdo a la manera en que se relacionan los elementos del conjunto de partida con el conjunto de llegada.

[H/C 2]

Determina la definición de funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

[H/C 3]

Determina qué funciones son o no inyectivas a través de sus diferentes representaciones.

[H/C 4]

Representa de diferentes maneras funciones inyectivas.

[H/C 5]

Establece relaciones entre el dominio y el recorrido de la función.

[SCO 1]

Caracteriza funciones sobreyectivas que se observan en situaciones dentro de las matemáticas, otras ciencias o su cotidianidad.


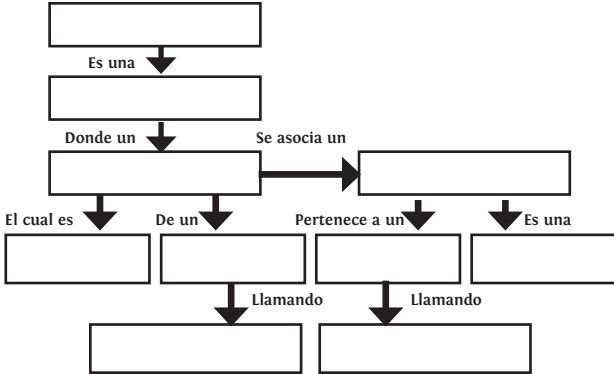
[H/C 6]

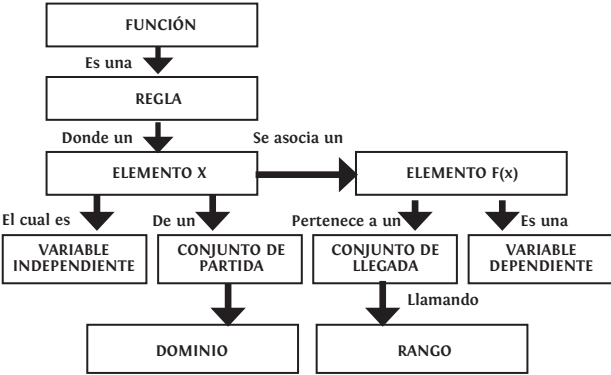


Determina que funciones son o no sobreyectivas a través de sus diferentes representaciones.

[H/C 7]

Realiza transformación entre representaciones de la función.

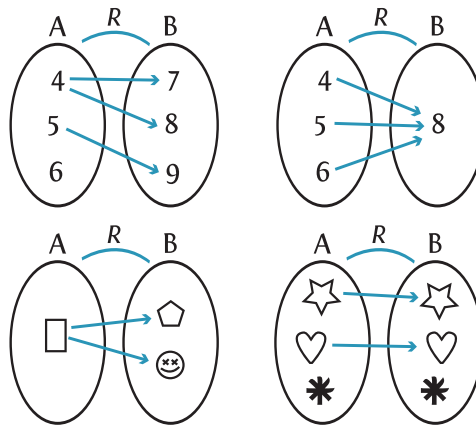
	<p>[H/C 8] Establece relaciones entre el dominio y el recorrido de la función.</p> <p>[SCO 3] Caracteriza funciones biyectivas que se observan en situaciones dentro de las matemáticas, otras ciencias o su cotidianidad.</p> <p>[H/C 9] Representa funciones biyectivas finitas mediante diagramas sagitales.</p> <p>[H/C 10] Determina qué funciones son o no biyectivas a través de sus diferentes representaciones.</p> <p>[H/C 11] Representa de diferentes maneras funciones biyectivas.</p> <p>[H/C 12] Reconoce que el dominio y el recorrido tienen la misma cantidad de elementos.</p> <p>[H/C 13] Encuentra relaciones entre conjuntos numéricos estableciendo una regla biyectiva entre ellos.</p>
Flujo de aprendizaje	<p>Introducción → Objetivos → Desarrollo → Resumen → Tarea</p> <p>Introducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Recordando las Funciones. <p>Objetivos de aprendizaje.</p> <p>Actividad 1: Funciones. [H/C 1 - H/C 2]</p> <p>Actividad 2: Funciones Inyectivas. [H/C 3 - H/C 4 - H/C 5]</p> <p>Actividad 3: Funciones Sobreyectivas. [H/C 6 - H/C 7 - H/C 8]</p> <p>Actividad 4: Funciones Bijeccións. [H/C 9 - H/C10 - H/C11 - H/C 12 - H/C 13]</p> <p>Resumen: Estableciendo Conclusiones.</p> <p>Tarea.</p>
Guía de valoración	<p>Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, determinarán la definición de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, reconociendo las diferentes maneras de representar estas y estableciendo relaciones entre el dominio y recorrido de cada función.</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 		<p>Recordando las Funciones.</p> <p>La intencionalidad que se tiene en esta introducción, es que los estudiantes evidencien los conocimientos previos que tienen en relación a las funciones, para esto, se propone la realización de la siguiente actividad.</p> <p>El docente, haciendo uso del recurso, presenta a los estudiantes el siguiente listado de palabras:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Función » Regla » Elemento x » Elemento $f(x)$ » Conjunto de llegada » Conjunto de partida » Variable independiente » Variable dependiente » Dominio » Rango <p>Y presenta el siguiente esquema con una consigna de trabajo, para ser abordada de forma individual por los estudiantes en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ubica las diez (10) palabras en el esquema, de forma coherente, posteriormente, en un párrafo, indica porque esa es la ubicación correcta. <div style="text-align: center;">  </div> <p>Después de dar un tiempo prudencial para que el estudiante aborde la consigna propuesta, se propone la socialización de las</p>	<p>Recurso Interactivo</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>respuestas dadas. Dicha socialización debe contar, en lo posible, con la participación de estudiantes que hayan ubicado las palabras de forma diferente.</p> <p>Para finalizar, el docente debe presentar el siguiente esquema, el cual contiene la organización correcta de las palabras enlistadas y explicar la coherencia de este, teniendo en cuenta las respuestas dadas por los estudiantes.</p>  <pre> graph TD FUNCION[FUNCIÓN] -- Es una --> REGLA[REGLA] REGLA -- Donde un --> ELEMENTO_X[ELEMENTO X] REGLA -- Se asocia un --> ELEMENTO_Fx[ELEMENTO F(x)] ELEMENTO_X -- El cual es --> VARIABLE_INDEPENDIENTE[VARIABLE INDEPENDIENTE] ELEMENTO_X -- De un --> CONJUNTO_PARTIDA[CONJUNTO DE PARTIDA] ELEMENTO_Fx -- Pertenece a un --> CONJUNTO_LLEGADA[CONJUNTO DE LLEGADA] ELEMENTO_Fx -- Es una --> VARIABLE_DEPENDIENTE[VARIABLE DEPENDIENTE] CONJUNTO_PARTIDA --> DOMINIO[DOMINIO] CONJUNTO_LLEGADA -- Llamando --> RANGO[RANGO] </pre>	
<p>Objetivos</p> 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. Se considera importante que el docente explique los objetivos propuestos, pues a partir de estos el estudiante reconocerá lo que debe alcanzar finalizado el proceso enseñanza-aprendizaje.</p>	
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1: Funciones. [H/C 1 - H/C 2].</p> <p>[H/C 1: Clasifica distintas situaciones funcionales de acuerdo a la manera en que se relacionan los elementos del conjunto de partida con el conjunto de llegada.]</p> <p>[H/C 2: Determina la definición de funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.]</p> <p>Durante el desarrollo de esta actividad, se retomarán algunas representaciones que hacen parte del trabajo realizado por</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>(Vargas, M. 2011) titulado “El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno”.</p> <p>El docente, apoyado en el recurso, dará inicio al desarrollo de la primera parte de esta actividad, para esto presentará a los estudiantes las siguientes situaciones, estas estarán presentes además en el Material del Estudiante:</p> <p>“contextualicemos las funciones.”</p> <ul style="list-style-type: none"> • Una fábrica de zapatos observa que cuando el precio de cada par de zapatos es de \$ 50 se venden 30 pares en el día. Si el precio aumenta en \$10, solo se venden 15 pares. • La longitud de un lote de edificación rectangular es tres veces su ancho. • Una caja rectangular tiene una base cuadrada. Su altura es la mitad del ancho de la base. • Una página cuyas dimensiones son 24 cm de ancho y 33 cm de largo tiene un margen de ancho x, que rodea el material impreso. <p>Con respecto a estas situaciones, el docente propone la realización de la siguiente consigna, en el material del estudiante de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determina si las situaciones propuestas, son situaciones que representan el concepto de función. Justifica tu respuesta. <p>Posteriormente, el docente presenta los siguientes diagramas: “representación sagital de funciones”</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo • Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--	-----------------------



Y se plantea el siguiente cuestionamiento, para ser abordado en el material del estudiante de forma individual:

- ¿Cuál de los diagramas representa una función? Justifica tu respuesta.

Consecutivamente, se presentan la siguiente consideración y dos cuestionamientos en relación a esta:

Considere los conjuntos $A = \{a, e, i, o, u\}$ y $B = \{2, 6, 8, 10\}$

- Dibuje un diagrama sagital de una relación de A en B que corresponda a una función. Justifique su respuesta.
- Dibuje un diagrama sagital de una relación de A en B que No corresponda a una función. Justifique su respuesta.

Después, se presentan las siguientes tablas:

x	-1	0	1	2
$Y = f(x) = -2x$	2	0	-2	-4
x	-1	0	1	2
$Y = f(x) = 2x$	-2	0	2	4
x	0	1	2	3
$Y = f(x) = \pm\sqrt{x}$	0	± 1	± 1.41	± 1.73
x	-1	0	1	2
$Y = f(x) = -x$	1	0	-1	-2

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Y se propone el siguiente cuestionamiento, para ser abordado en el material del estudiante de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál de las tablas No corresponde a una función? Justifica tu respuesta. <hr/> <p>Para finalizar esta primera parte de la actividad, se propone la siguiente consigna, para ser abordada de forma individual en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • De acuerdo a lo trabajado en los ítems anteriores y tomando en consideración, solamente las representaciones que corresponden a una función, determina la manera como se relacionan los elementos del conjunto de partida con el conjunto de llegada en cada caso. <p>Las respuestas, representaciones y justificaciones, serán socializadas por algunos estudiantes, los cuales serán seleccionados por el docente. Durante la socialización, el docente debe aprovechar la oportunidad que se tiene para abordar aquellos aspectos que considere no han sido claros para sus estudiantes.</p> <p>Para dar inicio a la segunda parte de esta actividad, el docente contará, en el recurso, con una serie de frases que corresponden a definiciones de función inyectiva y sobreyectiva. Dichas frases deben ser presentadas a los estudiantes, es decir, se hará lectura de cada una de ellas.</p> <p>Las definiciones son las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Una función es sobreyectiva si todos los elementos del codominio son imágenes de la función. • Si dos elementos del dominio tienen la misma imagen entonces dichos elementos son iguales. • Una función es sobreyectiva si su rango es igual a su codominio. • No hay, en el dominio, dos o más elementos diferentes con la misma 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>imagen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cada elemento del rango es imagen de un solo elemento del dominio. • La cardinalidad del dominio es igual a la del rango. • Una función es sobreyectiva si para todo elemento en el codominio, existe un elemento en el dominio del cual este es imagen. <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Posterior a la lectura de cada una de las definiciones, el docente organizará los estudiantes en grupos de cuatro integrantes. A cada grupo, el docente, asignará una de las definiciones que ha sido leída y propondrá las siguientes consignas de trabajo para ser abordadas en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lee detenidamente la definición que se te ha asignado y haz una representación gráfica de lo que está dice esta. • Redacta un pequeño texto, en el cual expliques de manera detallada lo que dice la definición que se te ha asignado. • Finalizadas las dos consignas anteriores, intercambia tu material con un compañero de otro grupo. • Lee la definición que le correspondió a tu compañero y evalúa si ha realizado de manera correcta las dos consignas iniciales, de no ser así, indica en el material de tu compañero cual es el error y la forma correcta de hacerlo. • Con tu material en mano, revisa la evaluación realizada por tu compañero y determina si estás de acuerdo con esta. Si no estás de acuerdo, escribe los argumentos que te permitan refutar la posición de este. <p>Finalizado el trabajo de las consignas propuestas y teniendo a la mano cada estudiante su material, el docente direcciona la socialización de las respuestas dadas por estos a cada consigna. Durante la socialización, será</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>valioso que el docente permita la refutación de las respuestas dadas por los estudiantes, después de que se cuente con argumentos para hacerlo.</p> <p>Posteriormente, el docente apoyado en el recurso, presenta cada una de las definiciones propuestas con sus pros y sus contras, de acuerdo a la información consignada en el trabajo de (Porrás, F. 2011), titulado “El concepto de función en la transición bachillerato universidad”:</p> <p>Función inyectiva: En el primer sentido, hay un caso particular en el que cada elemento del rango sólo es utilizado una vez como imagen por ser la regla de asociación biunívoca, en cuyo caso se dice que la función es inyectiva.</p> <p>Este concepto puede definirse desde varias perspectivas:</p> <p>-La cardinalidad del dominio es igual a la del rango. Este tipo de definición, aunque se desprende del concepto de función como asignación, se apoya en otro concepto que no hace parte de la estructura teórico conceptual y presenta como desventaja su carácter poco operativo, salvo en casos de funciones con dominio finito, representables mediante tablas o diagramas sagitales, lo cual puede reforzar en el estudiante la tendencia a considerar este tipo de funciones como prototipos a usar como apoyo en la identificación de funciones; adicionalmente, en su aplicación el estudiante compara conjuntos, mas no analiza la función en sí misma, lo que genera dificultades al utilizarse en contextos como el cartesiano o el analítico en los cuales la conformación del rango puede tornarse complicada. Sin embargo, sin asumirla como la definición de función inyectiva, es positiva su presentación a los estudiantes como una consecuencia de la relación biunívoca entre dos conjuntos</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>sean estos discretos (finitos o infinitos) o continuos, y de manera posterior a la construcción personal, por parte del estudiante, de la definición que se asuma para función inyectiva.</p> <p>-Cada elemento del rango es imagen de un solo elemento del dominio. Es esta una definición apropiada para analizar funciones representadas mediante diagramas sagitales, tablas, pares ordenados o en el plano cartesiano, por tanto su aplicación exige ese primer paso en la estrategia. De manera introductoria parece adecuada, además de necesaria, por cuanto obliga a la utilización del registro gráfico de la función, lo que pone en juego el pensamiento visual, de vital importancia en el aprendizaje del cálculo (Zimmermann, 1990). Si la función no ha sido presentada en este tipo de registro, será necesaria la conversión entre el tipo de registro utilizado y el gráfico para poder realizar el “mapeo” del codominio y el dominio lo que refuerza un aprendizaje profundo del concepto de función gracias a la movilización entre diferentes representaciones. Sin embargo ingresa aquí un aspecto de importancia, se trata de que los estudiantes identifican como funciones sólo aquellas que son inyectivas y/o al pedirles que definan función inyectiva, lo hacen mediante la definición de función (Álvarez, Delgado y otros, 2001).</p> <p>En el primer caso lo que falla es el conocimiento en acto que no se corresponde con el institucionalmente aceptado, el estudiante posee una imagen conceptual mal adaptada matemáticamente del concepto de función. En el segundo caso lo que falla es el modo de representación del conocimiento en acto por diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, al respecto debe recordarse que se presentan problemas de comprensión asociados a las representaciones semióticas del discurso</p>	

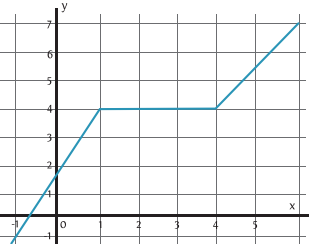
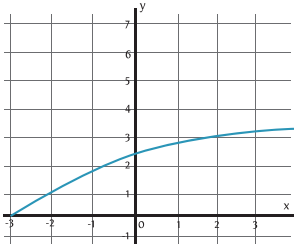
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>matemático, tanto en el sentido de crear significados a partir de dichas representaciones como en el sentido inverso, es decir, al representar semióticamente significados personales que pueden estar bien o mal adaptados matemáticamente. Este es un problema que, en muchos casos, es generado por enfoques de enseñanza que privilegian algunos sistemas de registro sobre otros. El estudiante no es exigido para movilizarse entre unos y otros sistemas de registro por lo cual construye conceptos de poca generalidad y esquemas insuficientes para la movilización entre diferentes registros.</p> <p>Por este motivo esta definición no debe asumirse como definición última de función inyectiva, puesto que pierde aplicabilidad en otros registros como el algebraico, propio de contextos analíticos, o en casos de funciones de difícil representación gráfica o de funciones que no tienen dominio numérico (funciones vectoriales por ejemplo), es decir, debe abordarse introductoriamente, como definición aplicable a registros gráficos, pero siempre preparando el paso a otra definición de aplicación en otros registros. Esto último puede potenciarse mediante la utilización de contraejemplos que pongan en conflicto los esquemas que el estudiante ha construido y que ya resulten insuficientes para la identificación adecuada de funciones inyectivas, o sea diversos casos de funciones, en diferentes registros, que no sean inyectivas o de relaciones que pudieran ser inyectivas aunque no sean funciones.</p> <p>-No hay, en el dominio, dos o más elementos diferentes con la misma imagen. Es esta definición muy similar en su estructura a la anterior y, como tal, presenta las mismas ventajas y desventajas de ella. Sin embargo, al analizarla más en detalle, vemos que esta se centra en el dominio mientras la anterior se centra en el rango</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>lo que le da una forma lógica a su escritura favoreciendo el acercamiento a la definición formal, en lenguaje matemático, necesaria para la construcción de otros tipos de registro en estados más avanzados de formación matemática.</p> <p>Función sobreyectiva: en el segundo sentido, es decir, en cuanto a la comparación entre el rango y el codominio de una función, el caso particular que se toma para establecer una categoría en el concepto de función es aquel en que estos sean iguales, es decir, la función es sobreyectiva.</p> <p>Este concepto puede enfocarse, para efectos de la estructura teórico conceptual, de varias maneras:</p> <p>-Una función es sobreyectiva si su rango es igual a su codominio. Esta definición se apoya en los conceptos de codominio y rango, y en su operatividad utiliza la comparación de conjuntos, por esta razón resulta apropiada en casos de funciones en registro tabular o sagital, e incluso hasta cartesiano, como etapa inicial de construcción del concepto, cuando aún el estudiante conforma, casi que paso a paso, el rango de las funciones a través de la aplicación de la regla de asignación propuesta, o dicho rango ha sido puesto de manifiesto. Sin embargo al ser exigida para analizar funciones en registro algebraico el estudiante se encontrará con una definición poco operativa y requerirá una definición más evolucionada, desventaja propia de una definición formulada en lenguaje natural.</p> <p>-Una función es sobreyectiva si todos los elementos del codominio son imágenes de la función. Posee el mismo campo de aplicación que la definición anterior, sólo cambia en cuanto que no cita explícitamente el rango, si no que hace referencia a él citando las imágenes de</p>	

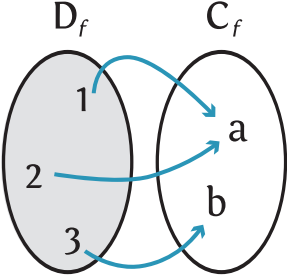
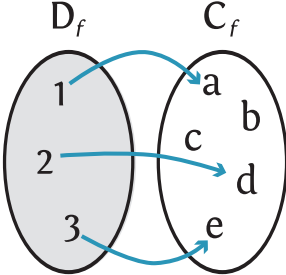
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>la función como “pidiendo” la revisión elemento a elemento. Se trata de una definición bastante procedimental, basada en la constatación paso a paso de la condición de sobreyectividad, de nuevo se tiene una definición adecuada en las primeras instancias de introducción del concepto, pero que debe evolucionar a una definición que, sin perder operatividad, extienda su campo de aplicación y posibilite al estudiante la movilización entre los diversos tipos de registro utilizados para representar funciones y el manejo de funciones con dominios numéricos tanto continuos como discretos y en funciones con dominio y codominio no numéricos.</p> <p>Finalmente, el docente presenta las siguientes definiciones como las más adecuadas en relación al trabajo a realizar posteriormente. Es importante, que en la medida de lo posible, el docente retome las respuestas dadas por los estudiantes, en el transcurso de su explicación:</p> <p>-Función Inyectiva: Si dos elementos del dominio tienen la misma imagen entonces dichos elementos son iguales. Esta definición, aquí expresada en lenguaje natural, se desprende de manera lógica de la anterior y es la que se propone como definición de función inyectiva.</p> <p>Es importante señalar que, aunque sea propuesta esta como definición, se ha enfatizado en una construcción previa que llegue, incluso, hasta la expresión en el registro propio del lenguaje de las matemáticas:</p> <p>Si x_1, x_2 son elementos del dominio de f tales que $f(x_1) = f(x_2)$, entonces $x_1 = x_2$.</p> <p>Este tipo de definición, construida a partir de registros de tipo gráfico y de lenguaje natural, encapsula las definiciones ya citadas sin perder operatividad. Presenta</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>la ventaja de ser aplicable en cualquiera de los registros (gráfico, tabular, algebraico o en lenguaje natural), puede aplicarse a funciones de dominio discreto o continuo, conformado por objetos materiales o abstractos. A pesar de enfatizar en la función como proceso, abre camino hacia la construcción de una conceptualización como objeto, dado el nivel de generalidad que proporciona y la manera como encapsula en una sola frase todo el concepto permitiendo aun la movilización desde ella hacia cualquiera de los diferentes registros existentes para funciones.</p> <p>- Función sobreyectiva: si para todo elemento en el codominio, existe un elemento en el dominio del cual este es imagen. No resulta sencillo llegar al nivel de elaboración implícito en esta definición, a pesar de estar expresada en lenguaje natural. Llegar a ella exige el trabajo previo en las definiciones anteriores y la presentación de diversidad de casos de funciones sobreyectivas y no sobreyectivas, en diferentes registros, que coloquen al estudiante en conflicto cognitivo al acudir a las herramientas definicionales disponibles pero insuficientes. La aplicación de esta definición a funciones representadas en registros tabulares, sagitales o, incluso, cartesianos pasa por el “mapeo” de los elementos del codominio, pero al momento de plantear el análisis de funciones expresadas algebraicamente o funciones cuya representación en ese tipo de registro posea niveles de dificultad altos, se tornará insuficiente. Este conflicto debe dirigirse de manera adecuada a la construcción de una expresión de la definición en lenguaje matemático que la ponga en posición de extender sus alcances:</p> <p>Para todo y en el codominio de f, existe un x en el dominio de f, tal que $f(x)=y$.</p> <p>Se toma esta definición como meta de construcción en esta parte de la</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>estructura teórico conceptual, por cuanto cubre las definiciones iniciales y extiende su aplicación a funciones no numéricas (por ejemplo funciones vectoriales) o funciones expresadas analíticamente que pueden ser analizadas a partir de manipulaciones algebraicas.</p> <p>Función biyectiva: diremos que una función es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva.</p> <p>Podría parecer intrascendente este concepto, sin embargo, desde el punto de vista matemático es fundamental, en particular al abordar temáticas correspondientes a espacios, Subespacios, bases, homomorfismos e isomorfismos.</p> <p>Desde los puntos de vista cognitivo y didáctico, el concepto de función biyectiva pone en juego de manera simultánea los conceptos de función, función inyectiva y función sobreyectiva lo que permite al docente y al estudiante identificar dificultades ya sea con la interpretación personal de representaciones semióticas o con la representación semiótica de significados personales.</p> <p>Esto será posible en la medida en que el estudiante sea enfrentado a distintas situaciones que lo movilicen entre diversos registros y en ambos sentidos, es decir, trabajar identificando y clasificando funciones, de acuerdo a las definiciones y construyendo, él mismo, funciones que cumplan con tales definiciones en todos los registros.</p> <p>Par cerrar esta actividad, el docente propone la siguiente consigna:</p> <ul style="list-style-type: none"> • De acuerdo a lo presentado por tu docente, determina la definición de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en el material del estudiante. 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados																												
		<p>Actividad 2: Funciones Inyectivas. [H/C 3 - H/C 4 - H/C 5].</p> <p>[H/C 3: Determina qué funciones son o no inyectivas a través de sus diferentes representaciones.]</p> <p>[H/C 4: Representa de diferentes maneras funciones inyectivas.]</p> <p>[H/C 5: Establece relaciones entre el dominio y el recorrido de la función.]</p> <p>El docente, apoyado en el recurso y conservando los grupos de trabajo establecidos, presenta las siguientes funciones a los estudiantes, estas estarán presentes en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = 2x - 1$ • $g(x) = x^2 - 2$ • $f(x) = 1/x$ • $f(x) = x^3 + 6$ <table border="1" data-bbox="560 1050 1185 1222"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td><td>36</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="560 1243 1185 1415"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>1,5</td><td>2,1</td><td>3,6</td><td>5,3</td><td>2,8</td><td>2,1</td></tr> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div data-bbox="630 1717 852 1942"> <p>$A \xrightarrow{f} B$</p> </div> <div data-bbox="906 1717 1128 1942"> <p>$C \xrightarrow{g} D$</p> </div> </div>	x	1	2	3	4	5	6	f(x)	1	4	9	16	25	36	x	1	2	3	4	5	6	f(x)	1,5	2,1	3,6	5,3	2,8	2,1	
x	1	2	3	4	5	6																									
f(x)	1	4	9	16	25	36																									
x	1	2	3	4	5	6																									
f(x)	1,5	2,1	3,6	5,3	2,8	2,1																									

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>En relación a las representaciones, el docente propone la siguiente consigna, para ser abordada en el Material del Estudiante;</p> <ul style="list-style-type: none"> De acuerdo a la definición de Función Inyectiva, que ya conoces, determina si las funciones dadas son o no inyectivas. <hr/> <p>Después de socializar las respuestas dadas por los estudiantes, el docente apoyado en el recurso, presenta una función, la cual le servirá de ejemplo para explicar cómo se determina si una función es o no inyectiva. Posteriormente, el docente presenta el siguiente listado de funciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> $f(x) = x+2$ $f(x) = \sqrt{x^3+6}$ $f(x) = 4 / x+3$ $f(x) = 4x^2-1$ $f(x) = 1-x$ $f(x) = \sqrt{x^3+4}$ <p>Y en relación a estas, se proponen la siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Determina cuáles de las funciones son Inyectivas. Justifica tus elecciones. Toma las funciones que sean inyectivas, determina la tabla y representación gráfica de cada una de estas. Recuerda que las representaciones gráficas se pueden realizar en diagramas de Venn o en el plano cartesiano, de acuerdo a las condiciones dadas. Establece la relación existente entre el dominio y el recorrido de cada una de las funciones. <p>El docente dará un tiempo prudencial, para la realización de cada una de las consignas propuestas y después de este, debe realizar la socialización de las respuestas dadas.</p> <p>Es necesario que durante la socialización, el docente utilice las respuestas de los estudiantes para la explicación de las dudas o equivocaciones que se estén presentando.</p>	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Actividad 3: Funciones Sobreyectivas. [H/C 6 - H/C 7 - H/C 8].</p> <p>[H/C 6: Determina qué funciones son o no sobreyectivas a través de sus diferentes representaciones.]</p> <p>[H/C 7: Realiza transformación entre representaciones de la función.]</p> <p>[H/C 8: Establece relaciones entre el dominio y el recorrido de la función.]</p> <p>Apoyado en el recurso y conservando los grupos de trabajo, el docente presenta las siguientes gráficas a los estudiantes, estas estarán también presentes en el Material del Estudiante:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>D_f C_f</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D_f C_f</p>  </div> </div> <p>A continuación, el docente les pide a los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • indicar los elementos del dominio, recorrido y codominio de la función. <p>después pregunta:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿La función que se representa en (a) es sobreyectiva? Justifica la respuesta. • ¿La función que se representa en (b) es sobreyectiva? Justifica la respuesta. <p>Posteriormente, el docente presenta la siguiente gráfica de la función cuadrática y establece que la función está definida en \mathbb{R} a \mathbb{R}:</p>	

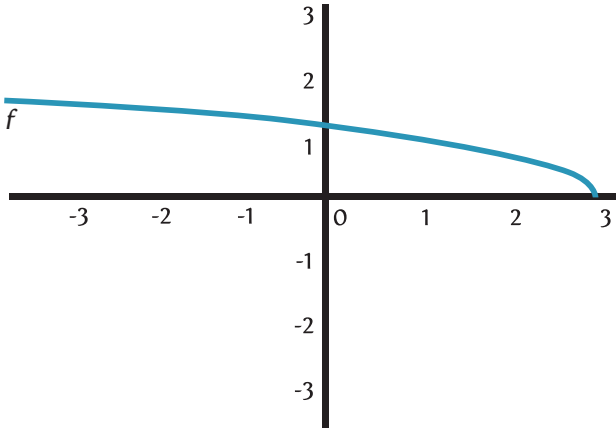
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<div data-bbox="560 205 1182 640" data-label="Figure"> </div> <p data-bbox="553 674 1138 743">Seguidamente, el docente pregunta a los estudiantes:</p> <ul data-bbox="553 783 1187 890" style="list-style-type: none"> • ¿Es la función representada en la gráfica sobreyectiva? Explique por qué haciendo uso de la gráfica. <p data-bbox="553 926 1187 1033">Por último, el docente presenta la función f definida de \mathbb{N} a \mathbb{N}, dada por $f(x)=2x$, después pregunta:</p> <ul data-bbox="553 1073 1065 1142" style="list-style-type: none"> • ¿La función $f(x)$ es sobreyectiva? Justifique la respuesta. <p data-bbox="553 1178 1187 1352">En relación a la anterior función, el docente junto con los estudiantes, deben acordar que la función anterior no es sobreyectiva; por consiguiente, el docente les pregunta a los estudiantes:</p> <ul data-bbox="553 1392 1154 1566" style="list-style-type: none"> • Si el dominio es el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, ¿cuál es el codominio de la función $f(x)=2x$ para que ésta sea sobreyectiva? Represente la nueva función haciendo uso de los diferentes registros. <p data-bbox="553 1606 1175 1713">Para generalizar, el docente pregunta a sus estudiantes teniendo en cuenta que $f(x)=2x$ está definida de \mathbb{N} a \mathbb{N} :</p> <ul data-bbox="553 1753 1130 1927" style="list-style-type: none"> • ¿Cuál debe ser el nuevo recorrido de la función $f(x)=2x$ para que ésta sea sobreyectiva? • Explique porqué la función anterior es sobreyectiva haciendo uso de la 	

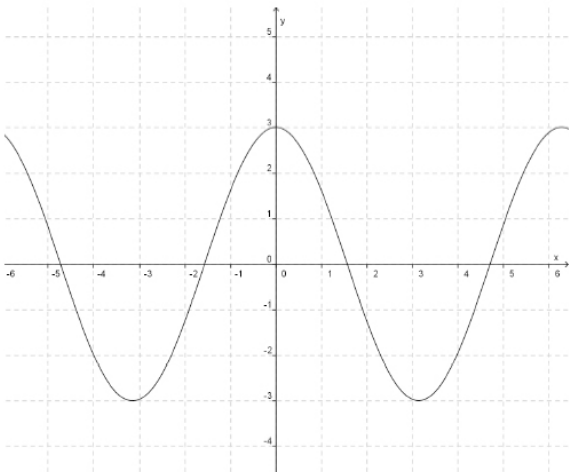

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>representación gráfica de la función.</p> <p>En consecuencia, los estudiantes deben deducir que el nuevo codominio debe ser igual al recorrido de la función, es decir, al conjunto formado por los números pares.</p> <p>Después de socializar las respuestas dadas por los estudiantes, a las diferentes consignas y preguntas propuestas, el docente apoyado en el recurso, presenta una función la cual le servirá de ejemplo para explicar cómo se determina si una función es o no sobreyectiva.</p> <hr/> <p>Actividad 4: Funciones Biyectivas. [H/C 9 – H/C 10 – H/C 11 – H/C 12 – H/C 13].</p> <p>[H/C 9: Representa funciones biyectivas finitas mediante diagramas sagitales]</p> <p>[H/C 10: Determina qué funciones son o no biyectivas a través de sus diferentes representaciones.]</p> <p>[H/C 11: Representa de diferentes maneras funciones biyectivas.]</p> <p>[H/C 12: Reconoce que el dominio y el recorrido tienen la misma cantidad de elementos.]</p> <p>[H/C 13: Encuentra relaciones entre conjuntos numéricos estableciendo una regla biyectiva entre ellos.]</p> <p>De acuerdo a lo trabajado hasta el momento y teniendo en cuenta principalmente la definición de función Biyectiva, el docente propone a los estudiantes, dar respuesta a las siguientes consignas en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece tres funciones inyectivas. • Establece tres funciones sobreyectivas. • Establece tres funciones biyectivas. <p>A continuación y en relación a lo establecido, se propone la siguiente</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>consigna;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representa en diagramas sagitales las funciones establecidas. • Representa en el plano cartesiano las funciones establecidas. <p>Posteriormente, se plantean los siguientes cuestionamientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Todas las funciones Biyectivas se pueden representar en diagramas sagitales? • ¿Todas las funciones Biyectivas se pueden representar en el plano cartesiano? <p>Después de la socialización de las respuestas de los estudiantes y la aclaración de la imposibilidad de representar funciones infinitas en diagramas sagitales, se plantea la siguiente consigna:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representa tres funciones Biyectivas finitas en diagramas sagitales. <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Después de socializar las respuestas dadas por los estudiantes, a las primeras consignas y preguntas propuestas en esta actividad, el docente apoyado en el recurso, presenta una función la cual le servirá de ejemplo para explicar cómo se determina si una función es o no biyectiva.</p> <p>Dando continuidad al trabajo, el docente presenta a los estudiantes las siguientes funciones:</p> $f(x)=1/4 x+6$ $f(x)=\sqrt{x+2}$ $f(x)=5+3x$ $f(x)=15x+4$ $f(x)=x^2+5x+6$ $f(x)=x^3+4$ <p>Y se propone la realización de las siguientes consignas, en el Material del Estudiante:</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> • Determina si la función dada es Inyectiva. • Determina si la función dada es Sobreyectiva. • Determina si la función dada es Biyectiva. <p>Después de que los estudiantes determinen cuales funciones son Biyectivas, da respuesta a la siguiente consigna en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representa cada una de las funciones biyectivas de diferentes maneras. (Recuerda que las funciones se pueden representar de forma: Verbal, Numérica, Visual y algebraica). • Determina los elementos del Dominio de la función. • Determina los elementos del Recorrido de la función. <p>De acuerdo a lo trabajado, da respuesta al siguiente cuestionamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Existe una relación entre el Domio y el Recorrido de las funciones Biyectivas? <p>En relación a este cuestionamiento, es importante que los estudiantes reconozcan la relación de igualdad entre la cantidad de elementos del dominio y del recorrido.</p> <p>Para finalizar esta actividad, se propone la realización de las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cada grupo de trabajo propone dos funciones representadas visualmente, dos numéricamente y dos verbalmente. • Después intercambian sus materiales con los de los integrantes de otro grupo. • Al recibir seis funciones en diferentes representaciones, determinaran si las funciones son o no Biyectivas. • En último lugar, cambiaran las seis funciones dadas de registros de representación. 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Es necesario que cada uno de los grupos de trabajo socialice sus respuestas y que a partir de estas, el docente, despeje cualquier duda que se pueda presentar.</p> <hr/> <p>Para finalizar esta actividad, el docente propone la realización de una competencia que asignara puntos por mayor número de respuestas correctas, para esto dividirá a los estudiantes en dos grupos de trabajo y les propondrá las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escribe los nombres de los conjuntos numéricos que conoces. (Se asigna un punto por cada conjunto). • Da características de cada uno de los conjuntos numéricos. (Se asigna un punto por cada característica). • Encuentra relaciones entre los conjuntos numéricos, estableciendo una regla biyectiva entre ellos. (Se asigna un punto por cada relación). <p>Finalmente se socializan las respuestas y se asignan los puntos. El equipo ganador, recibirá un premio que está sujeto a la disposición del docente.</p> <p>Es necesario que el docente durante las socializaciones, clarifique las dudas que haya podido identificar en sus estudiantes y corrija las equivocaciones que se presenten.</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>Actividad: Estableciendo Conclusiones.</p> <p>Esta actividad, tomará como base una de las actividades propuestas en el trabajo de Maestría realizado por (Quintero, C. 2011), titulado “<i>Estrategias didácticas para el aprendizaje del concepto de función en el curso de álgebra y funciones de la universidad Icesi</i>”. Los ejercicios propuestos en este documento, permitirán que los estudiantes potencialicen las habilidades adquiridas al presentar un muy buen nivel de dificultad.</p> <p>El docente, organizará a los estudiantes en grupos de cuatro integrantes y propone los</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>siguientes ejercicios:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Considere la función f, del conjunto formado por los estudiantes de grado once de una institución oficial, en el conjunto de los números naturales, definida por la fórmula $f(x)=\text{Numero de lista de } x$. Determine si es inyectiva. Justifica tu respuesta. 2. Considere la función real de variable real, definida por la fórmula $f(x)=4x^2-12x+10$. Determine si la función es sobreyectiva. Explique. ¿Es inyectiva? Explique. 3. Considere la función, de los reales en los reales, definida por la fórmula $f(x)=x^2$. Determine si f es inyectiva. Explique. Determine si f es sobreyectiva. Explique. <p>Considere la función:</p> $f: (-\infty, 3] \rightarrow R$ <p>Cuya grafica es la siguiente:</p>  <ol style="list-style-type: none"> a) Determine si es inyectiva. Explique. b) Determine si es sobreyectiva. Explique. c) Determine si es biyectiva. Explique. <p>5. Considere la función:</p> <p>Cuya grafica es la siguiente:</p> $f: R \rightarrow [-3, 3]$	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Cuya grafica es la siguiente:</p>  <p>a) Determine si es inyectiva. Explique. b) Determine si es sobreyectiva. Explique. c) Determine si es biyectiva. Explique. Después de dar un tiempo prudencial, para el desarrollo de los ejercicios propuestos, el docente debe direccionar la socialización de las respuestas dadas y aprovechar esta, para la aclaración de posibles dudas y la corrección de errores.</p>	
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>A partir de lo trabajado durante la clase, da respuesta a las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Enlista 15 palabras que consideres relevantes en relación al concepto de función y el trabajo con estas. • A partir de dichas palabras, elabora un crucigrama. Recuerda que para descubrir una palabra en un crucigrama, se debe dar una clave o pista, sin hacer explícita la palabra. • Organiza el crucigrama elaborado (sin resolver), en una hoja de block, con sus respectivas claves o pistas. Márcalo con tu nombre en la parte inferior de la hoja. • Entrega tu crucigrama al docente. <p>El docente debe recoger los crucigramas y distribuirlos de forma tal, que cada</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>estudiante quede con un crucigrama diferente al realizado por él. Se da un tiempo prudencial para trabajar sobre este, siendo importante que el docente resalte: los mejores trabajos y los estudiantes más habilidosos en la solución de estos.</p>	