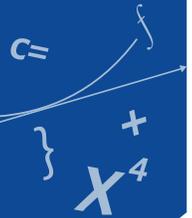


Caracterización de los atributos de las funciones a través de comparaciones entre funciones



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado: 10°
 UoL_2: Las funciones, una forma de interpretar relaciones entre números reales.
 LO_01: Caracterización de las funciones de variable real.
 LO_02: Clasificación de funciones de variable real.

Objetivos de aprendizaje

Describir comportamientos de las funciones de acuerdo a su representación gráfica.

- Identificar funciones crecientes y decrecientes.
- Identificar funciones constantes.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

[SCO 1] Reconoce funciones crecientes y decrecientes.

[H/C 1.1]: Establece aproximaciones a la definición de función creciente a partir de gráficas de funciones crecientes.

[H/C 1.2]: Determina funciones finitas crecientes y decrecientes.

[H/C 1.3]: Analiza crecimiento o decrecimiento de funciones a través de representaciones tabulares.

[H/C 1.4]: Determina el crecimiento o decrecimiento de funciones por intervalos.

[H/C 1.5] Encuentra regularidades del comportamiento del dominio y recorrido en funciones crecientes o decrecientes.

[SCO 2] Identifica las funciones constantes

[H/C 2.1]: Construye la definición de función constante a partir de representaciones de funciones constantes finitas e infinitas

[H/C 2.2] : Determina funciones finitas constantes

[H/C 2.3]: Determina funciones infinitas constantes

[H/C 2.4]: Encuentra el dominio y recorrido de una función constante haciendo usos de sus diversas representaciones

[H/C 2.5]: Reconoce el comportamiento del recorrido de una función constante

Flujo de aprendizaje	<p>1. Introducción Cultivo de bacterias</p> <p>2. Actividad introductoria: Las Redes Sociales en mi clase. [H/C 1]</p> <p>3. Objetivos</p> <p>3.1. Actividad 1: Comportamiento del cultivo de bacterias (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 – H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.4 – H/C 2.5)</p> <p>3.2. Actividad 2: Crecer, decrecer o ser constante (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 – H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.4 – H/C 2.5)</p> <p>3.3. Actividad 3: Aplicaciones en la vida cotidiana (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 – H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.4 – H/C 2.5)</p> <p>3.4 Actividad 4: Velocidad (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 – H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.3 – H/C 2.4 – H/C 2.5)</p> <p>4. Resumen. Crucigrama.</p> <p>5. Tarea</p>
Lineamientos evaluativos	Los estudiantes, a través de situaciones contextualizadas conceptualizan los comportamientos de una función y la importancia del análisis de gráficas para el desarrollo de diferentes ciencias.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 	Introducción	<p>Introducción: Cultivo de bacterias</p> <p>El docente presenta una animación sobre un cultivo de bacterias, la cual busca que el estudiante observe una situación de cambio y variación que se puede representar a través de tablas y gráficas.</p> <p>Al finalizar la animación, se presentan unas preguntas que deben ser resueltas en el material del estudiante.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Animación • Material del estudiante
Objetivos 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Luego, el profesor presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>	
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1: (H/C 1.1 – H/C 1.2 - H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 - H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.4 – H/C 2.5): Comportamiento del cultivo de bacterias</p> <p>Posterior a la presentación de la animación, el docente debe socializar las preguntas al final de la misma:</p> <p>¿Cómo podemos describir ésta gráfica? ¿Qué características tiene?</p> <p>El docente muestra a los estudiantes una imagen en el recurso interactivo en donde se presenta la representación gráfica de la primera parte de la situación, como es una representación de una función creciente les pide que digan las características solo de este trozo de la función.</p> <p>El docente buscará que los estudiantes le digan qué es una función creciente y a partir de las siguientes preguntas, que resolverán en grupos de tres, tratará de llevarlos a la definición de función creciente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuáles son las variables involucradas? 2. ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente? 3. ¿Cómo están relacionadas esas variables? 4. ¿Esa relación siempre se cumple? 5. ¿Es una relación funcional? 6. ¿Puede encontrar una expresión algebraica que modele esa gráfica? 7. ¿Qué ocurre con la variable independiente cuando la variable dependiente crece? 8. Escriba una expresión que le permita generalizar sus conclusiones del punto anterior. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo • Material del estudiante

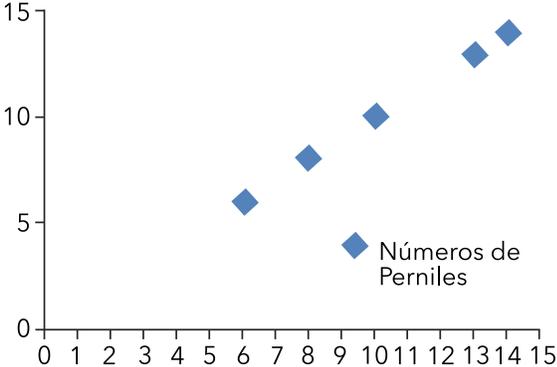
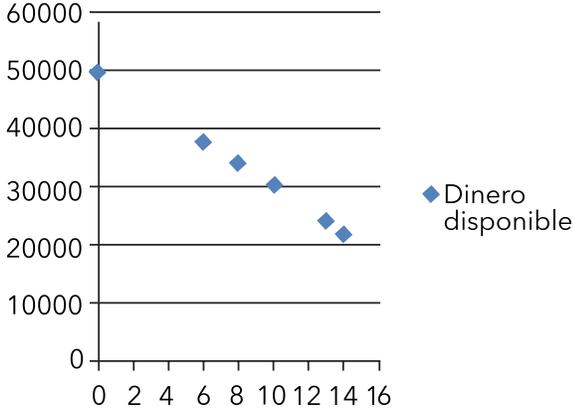
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Luego de que los estudiantes respondan las preguntas en grupo, el docente escucha las respuestas de los diferentes grupos y guiará la discusión hacia la definición de función creciente, la cual aparecerá en el recurso interactivo luego de la discusión. El docente realizará preguntas acerca del mayor o igual del segundo miembro, para llevarlos a que piensen en la diferencia entre funciones crecientes y estrictamente crecientes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función creciente: Una función f es creciente en un intervalo $[a,b]$ de su dominio, si para dos números x_1 y x_2 dentro de ese intervalo se cumple: $x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ <p>El docente presenta una gráfica de otra función creciente en el recurso interactivo.</p> <p>En el material del estudiante los estudiantes, teniendo en cuenta que la animación indica que cada minuto se duplican las bacterias, iniciando a las 12m con dos bacterias, construyen la tabla de valores e identifican el intervalo de la función creciente, el dominio y el rango.</p> <p>El docente pregunta acerca de si esta función es finita o infinita.</p> <p>Función constante: El docente muestra en el recurso interactivo la representación gráfica de la situación anterior que corresponde a función constante.</p> <p>Solicita a los estudiantes que intenten describir este tipo de gráfica, siguiendo los pasos del trabajo anterior, respondiendo las mismas preguntas.</p>	

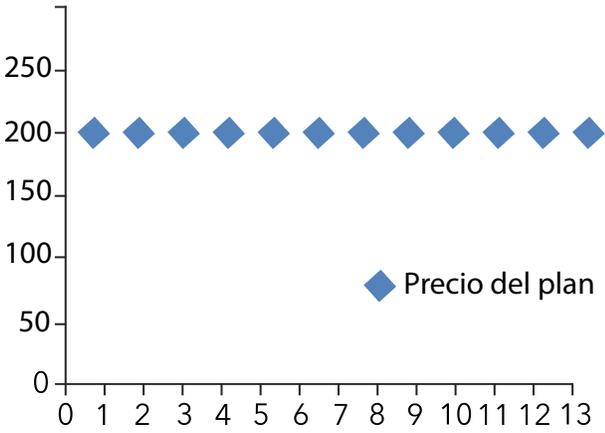
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Se espera que los estudiante construyan una expresión semejante a que una función f es constante en un intervalo $[a,b]$ de su dominio, si para cada valor de X dentro de ese intervalo se cumple $f_x=k$), el docente debe preguntar y realizar una discusión para que se institucionalice la definición, luego la comparan con la definición que presenta el recurso interactivo.</p> <p>En el material del estudiante los estudiantes, teniendo en cuenta que la animación indica que desde las 1220 hasta las 1240 se permanece en la fase estacionaria de cultivo, construyen la tabla de valores e identifican el intervalo de la función constante, el dominio y el rango.</p> <p>El docente muestra una gráfica de otra función constante.</p> <p>Para el trabajo con funciones decrecientes se presenta la imagen del último trozo de la situación, y se les pide que de manera análoga a las dos anteriores, que describan esa gráfica y que escriban una expresión que caracterice ese tipo de funciones.</p> <p>Se espera que luego de la discusión, y basados en las dos anteriores, el estudiante llegue a una expresión similar a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función decreciente: Una función f es decreciente en un intervalo $[a,b]$ de su dominio, si para dos números X_1 y X_2 dentro de ese intervalo se cumple: $x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	

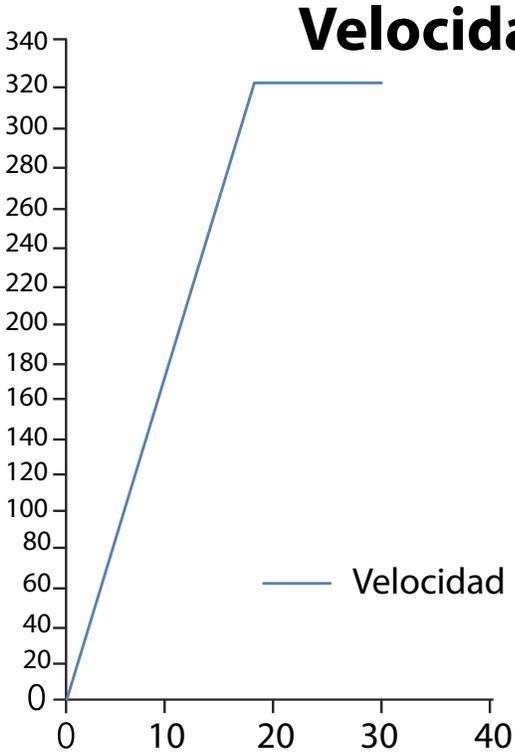
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>El docente realiza comentarios y preguntas para diferenciar entre funciones decrecientes y estrictamente decrecientes.</p> <p>El docente muestra una gráfica de otra función decreciente a través del recurso interactivo.</p> <p>En el material del estudiante los estudiantes, teniendo en cuenta que las instrucciones de la animación, construyen la tabla de valores e identifican el intervalo de la función decreciente, el dominio y el rango.</p> <p>El docente les pregunta si esa función sigue teniendo valores después del último valor encontrado, de ahí les pregunta si esa función es infinita o no, y a partir de ahí se definen funciones finitas e infinitas.</p>	
		<p>Actividad 2. H/C 1.1 – H/C 1.2 - H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 - H/C 2.1 – S/C 2.2 – H/C 2.4 – H/C 2.5): Crecer, decrecer o ser constante</p> <p>El docente presenta en el recurso interactivo un ejercicio de aplicación que le permitirá al estudiante reforzar el concepto de crecimiento y decremento de funciones y desarrollar ejercicios en situaciones contextualizadas.</p> <p>Ejercicio 1.</p> <p>Una estudiante debe realizar un estudio que permita determinar el comportamiento en la estatura en tres poblaciones de personas.</p> <p>De de 2 a 20 años la función se determina por la ecuación:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Animación • Recurso interactivo • Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p style="text-align: center;">$f(x)=5x+70$</p> <p>De 20 años a 60 años la función se determina por la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$f(x)= 170$</p> <p>Y de 60 años a 80 años la función se determina por la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$f(x)=-1/10 x+176$</p> <p>Los estudiantes deben desarrollar el ejercicio en el material del estudiante realizando la representación tabular y determinando el tipo de función, dominio, rango e intervalos.</p> <p>El docente debe tener en cuenta que:</p> <p>* Para la primera función (creciente) el dominio corresponde al conjunto {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}, que son las edades del grupo a estudiar, el rango es el intervalo [80,170], medidas dadas en centímetros y es una función finita debido a los valores que toman su dominio es finito.</p> <p>*Para la segunda función presentada (constante) el dominio corresponde al conjunto {21, 22, 23, 24, 25, 26,... 58, 59, 60}, que son las edades del grupo a estudiar, el rango es el conjunto unitario {170}, medida dada en centímetros y además es una función constante y finita debido a que el rango es un solo valor y los valores que toman su dominio es finito, respectivamente.</p> <p>*Para la tercera función presentada (decreciente) el dominio corresponde al conjunto {61, 62, 63,..., 78, 79, 80}, que son las edades del grupo a estudiar, el rango es el intervalo [166,170], medidas dadas en centímetros y además es una función decreciente y finita ya que los</p>	

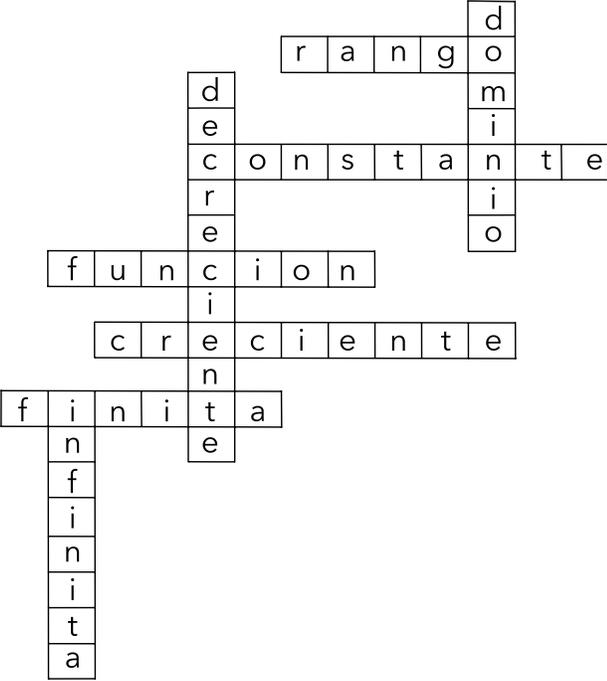
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>valores que toman su dominio es finito, respectivamente.</p> <p>El docente acompañará a los estudiantes en el desarrollo de estos ejercicios, les realizará preguntas orientadoras buscando llegar a lo antes planteado y teniendo en cuenta que apliquen las definiciones antes generadas por ellos mismos.</p>	
		<p>Actividad 3. (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 - H/C 2.1 – H/C 2.2 –H/C 2.4 – H/C 2.5): Aplicaciones en la vida cotidiana.</p> <p>Luego, el docente en compañía de los estudiantes, plantea problemas (en contexto) que requieran: tabulación de funciones crecientes, decrecientes y constantes.</p> <p>Ejemplo 1: El primer ejemplo es el de un ama de casa que debe comprar pollo para una cena. Inicialmente debe comprar para 6 personas. Estando en el mercado recibe 4 llamadas de su hijo, la primera indicando que confirmaron sus dos abuelos y la señora piensa que debe agregar más pollo, la segunda indica que sus dos tíos también van a asistir, la tercera diciendo que los tíos van a llevar a su tres hijos y la cuarta indicando que su amiga también asistirán. Comprará un pernil por cada invitado, y lleva una tabla, en la abscisa tiene el número de personas y en la ordenada, la cantidad de pernils. El docente debe tener en cuenta que para este caso la función es creciente y finita ya que su dominio es finito. El dominio corresponde al conjunto {6, 8, 10, 13, 14}, que corresponde al número de comensales, el rango es {6, 8, 10, 13, 14} que en este caso es el número de pernils. Su grafica es:</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p style="text-align: center;">Números de Perniles</p>  <p>Ejemplo 2: La señora inicia la compra con 50 mil pesos y cada pernil cuesta 2 mil pesos. Tiene en mente que gastará 12 mil pesos y le quedará 38 mil pesos para las demás compras, pero a medida que su hijo la llama hace cuentas y ve cómo va disminuyendo la cantidad de dinero para realizar la compra de los demás ingredientes. El docente debe tener en cuenta que para este caso la función de decreciente y finita.</p> <p>El dominio de la función es el conjunto $\{0, 6, 8, 10, 13, 14\}$, que es el número de pernils que debe tener a medida que la llama su hijo, el rango es la cantidad de dinero disponible por la ama de casa $\{22.000, 24.000, 30.000, 34.000, 38.000, 50.000\}$ y su grafica es:</p> <p style="text-align: center;">Dinero Disponible</p> 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados																										
		<p>Ejemplo 3: En una panadería el panadero hace cuentas del precio al que ha vendido su pan en los últimos 12 meses. El pan lo está vendiendo a 200 pesos sin cambio en éste.</p> <p>El docente debe tener en cuenta que para este caso la función es constante y finita. El dominio de esta función son los últimos doce meses representados con números del 1 al 12 $\{1, 2, \dots, 11, 12\}$ y el rango representa el valor del pan para estos meses $\{200\}$ Su grafica es:</p> <p style="text-align: center;">Precio del pan</p>  <table border="1" style="display: none;"> <caption>Data for 'Precio del pan' graph</caption> <thead> <tr> <th>Mes</th> <th>Precio (pesos)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>200</td></tr> <tr><td>2</td><td>200</td></tr> <tr><td>3</td><td>200</td></tr> <tr><td>4</td><td>200</td></tr> <tr><td>5</td><td>200</td></tr> <tr><td>6</td><td>200</td></tr> <tr><td>7</td><td>200</td></tr> <tr><td>8</td><td>200</td></tr> <tr><td>9</td><td>200</td></tr> <tr><td>10</td><td>200</td></tr> <tr><td>11</td><td>200</td></tr> <tr><td>12</td><td>200</td></tr> </tbody> </table>	Mes	Precio (pesos)	1	200	2	200	3	200	4	200	5	200	6	200	7	200	8	200	9	200	10	200	11	200	12	200	<ul style="list-style-type: none"> •Material del estudiante <p>Debe contener un espacio para la realización de cada uno de los ítems propuestos.</p> <p>Debe contener la ilustración que se socializará.</p>
Mes	Precio (pesos)																												
1	200																												
2	200																												
3	200																												
4	200																												
5	200																												
6	200																												
7	200																												
8	200																												
9	200																												
10	200																												
11	200																												
12	200																												
		<p>Actividad 4. (H/C 1.1 – H/C 1.2 – H/C 1.3 – H/C 1.4 – H/C 1.5 - H/C 2.1 – H/C 2.2 – H/C 2.3 – H/C 2.4 – H/C 2.5): Velocidad.</p> <p>El docente presenta en el recurso interactivo dos ejemplos de funciones que le permitirán al estudiante reforzar el concepto de crecimiento y decremento de funciones continuas usando situaciones cotidianas.</p> <p>Ejemplo 1: Un auto Ferrari 430 Scuderia tiene una velocidad máxima de 320 kilómetros por hora y tiene una aceleración de 0 a 100 km/h en 3,6 segundos. La velocidad en cualquier</p>																											

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>instante del auto del auto se puede calcular mediante la función $V=27,8t$ donde t es el instante de tiempo donde se quiere calcular la velocidad del automóvil, por ejemplo, se quiere saber la velocidad a los 4 segundos se calcula $V=27,8*4$ donde se obtiene que $V=111.2$ km/h, se debe tener en cuenta que después de aproximadamente 11,51 segundos la velocidad del auto se mantiene constante a 320 km/h</p> <p>Para este caso tenemos que la función velocidad es infinita debido a que su dominio es el intervalo $[0, \infty)$, que corresponde al instante de tiempo t donde se quiere saber la velocidad y asumiendo que el auto nunca se detendrá, el rango es el intervalo $[0,320]$ que corresponden a todas las velocidades que el auto tomara durante su recorrido. Su grafica es:</p> 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Ejemplo 2: Continuando con el Ferrari del ejemplo 1, si se tiene que al aplicar los frenos, en velocidad máxima, el auto se detiene en 5 segundos, la ecuación de la velocidad de frenado está dada por $F = -64t + 320$ donde t se mide en segundos.</p> <p>Para este caso, la función de nuevo finita pero decreciente cuyo dominio es $[0,5]$ ya que después de 5 segundos el auto se encuentra en reposo (quieto), y su rango es el intervalo $[0,320]$, que son los valores de las posibles velocidades del auto. La grafica de esta función es:</p> <div data-bbox="560 856 1177 1491" data-label="Figure"> <p>El gráfico muestra una línea recta que decrece linealmente desde un punto en el eje vertical de 320 (a las 0 segundos) hasta un punto en el eje horizontal de 5 (a las 320 segundos). El eje vertical está etiquetado con valores de 10 en 20 unidades, desde -10 hasta 330. El eje horizontal está etiquetado con valores de 1 en 1 unidad, desde 0 hasta 6. Una leyenda indica que la línea azul representa la 'Velocidad de frenado'.</p> </div> <p>En el material del estudiante se encuentra la tabla para tabular cada una de las funciones y los planos cartesianos para que grafiquen la función. También un cuadro en blanco para que indiquen dominio, rango e intervalo de cada función.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Resumen</p> 	<p>Conclusión y cierre</p>	<p>Crucigrama</p> <p>El docente presenta en pantalla el siguiente crucigrama.</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Conjunto de valores donde está definida la función. (Dominio) 2. Conjunto de valores donde se mueve la función (Rango) 3. Tipo de función en la cual si $a < b$ entonces $f(a) > f(b)$ para todo $a, b \in \mathbb{R}$ (decreciente) 4. Correspondencia entre dos conjuntos donde a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo conjunto. (Función) 5. Tipo de función en la cual si $a < b$ entonces $f(a) = f(b)$ para todo $a, b \in \mathbb{R}$ (Constante) 6. Tipo de función en la cual si $a < b$ entonces $f(a) < f(b)$, para todo $a, b \in \mathbb{R}$ (Creciente) 7. Función cuyo dominio es finito. 8. Función cuyo dominio es infinito. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo • Material del estudiante.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>A través de esta actividad, los estudiantes recuerdan los temas trabajados en clase, y afianzan los conocimientos expuestos para la construcción de funciones e identificar su comportamiento en diferentes intervalos. También se observan definiciones equivalentes a las trabajadas en clase, y se puede observar si los estudiantes pueden determinarlas como tal.</p>	
<p>Tarea</p> 	<p>Evaluación (Post clase)</p>	<p>1. En parejas realizar la consulta de una aplicación en la vida cotidiana de las funciones. Tabular los valores y realizar la gráfica, identificar el tipo de función, indicar si es finita o infinita, hallar el dominio, el rango y el intervalo. Presentarlo a la clase a modo de exposición.</p> <p>2. Con las siguientes funciones:</p> <p>a. Realizar la tabulación de esta situación. b. Graficar la situación en un plano cartesiano. c. Identificar el dominio y rango de cada función. d. Identificar el tipo de función, creciente decreciente o constante. e. Decir si es finita o infinita la función, justifica cada una de tus respuestas.</p> <p>a. $f(x) = -2x + 6$ b. $f(x) = 3$ c. $f(x) = 4x + 2$ d. $f(x) = 1.5$ e. $f(x) = 2,6x + 1$ f. $f(x) = 13 - 5x$</p>	<p>• Material del estudiante.</p>