

Construcción de formas geométricas generadas por procesos iterativos



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado 7:

UoL_4: Las situaciones variables en nuestro mundo, ecuaciones y la regla de tres.

LO_6: Descripción de cambios y variaciones en secuencias numéricas y geométricas.

Materiales necesarios para el desarrollo de las actividades:

- Regla
- Compás
- Colores
- Marcadores
- Pliego de Papel Bond

Objetivos de aprendizaje

- Reconocer procesos infinitos por medio de construcciones realizadas por repetición de algoritmos.
- Ampliar los algoritmos aprendidos en sus cursos de geometría, iterándolos infinitas veces.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

SCO 1: Reproduce procedimientos que pueden repetirse hasta el infinito.

1. Realiza recubrimientos del plano con figuras poligonales y composición de movimientos en el plano.
2. Combina formas geométricas elementales en la obtención de nuevas formas: Árbol de Pitágoras.
3. Organiza características de los objetos construidos usando tablas: Área, Volumen, cantidad de cuadrados, cantidad.
4. Propone generalizaciones acerca de las características que consignó en las tablas.
5. Predice los resultados que se obtendrían si se repitiera el proceso de construcción infinitas veces.


Flujo de aprendizaje



Introducción → Objetivos → Desarrollo → Resumen → Tarea

1. **Introducción:** Juguemos
2. **Objetivos de Aprendizaje**
3. **Desarrollo**
 - 3.1. **Actividad 1:** Obteniendo nuevas formas (H/C 1, H/C 2)
 - 3.2. **Actividad 2:** Generalizadas y Predices (H/C 3, H/C 4, H/C 5)
4. **Resumen:** Reproducción de procedimientos
5. **Tarea**

Lineamientos evaluativos


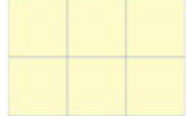

Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, podrán realizar recubrimientos del plano, combinando formas geométricas y haciendo composición de movimientos en el plano. Además, organizarán las características de los objetos construidos usando tablas y a partir de estas propondrán generalizaciones.

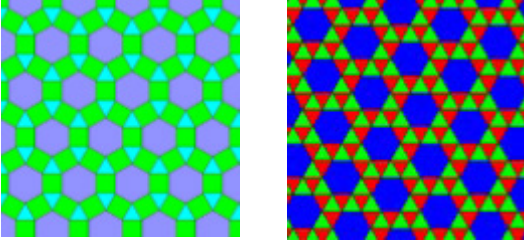
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 	<p>Introducción</p>	<p>Actividad Introdutoria: Juguemos</p> <p>Para el desarrollo de la actividad de introducción, cada estudiante debe hacer uso de los materiales propuestos, para abordar las siguientes consignas de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En medio pliego del papel bond, traza un recuadro de margen ancha, haciendo uso del marcador. • Cubre la totalidad del recuadro trazado, haciendo uso de todas las formas poligonales que recuerdes. • Da color a tu creación haciendo uso de tus colores. <hr/> <p>Posteriormente, los estudiantes, deben dar respuesta a los siguientes cuestionamientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué nombre es dado a cada una de las figuras poligonales que utilizaste? • ¿Diste prioridad a alguna forma poligonal en tu dibujo? • ¿Recuerdas las características particulares de las formas poligonales que utilizaste? • ¿Tu dibujo, se parece a algo en particular? <hr/> <p>El docente, debe dar un tiempo prudencial para que los estudiantes den respuesta a los cuestionamientos planteados y para finalizar la actividad se realizará lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se tomará el salón como una galería de arte y se ubicaran los diferentes dibujos en las paredes. • El docente, pedirá a algunos 	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>estudiantes, los cuales serán seleccionados de forma aleatoria, que presenten su obra de arte y socialicen sus respuestas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes, por medio de votación secreta, seleccionarán, el dibujo que ellos consideren, evidencia un mejor trabajo. 	
<p>Objetivos</p> 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. Se considera importante que el docente explique los objetivos propuestos, pues a partir de estos el estudiante reconocerá lo que debe alcanzar finalizado el proceso enseñanza-aprendizaje.</p>	
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1: Obteniendo Nuevas Formas (H/C 1, H/C 2)</p> <p>Para dar inicio al desarrollo de esta primera actividad, el docente propone las siguientes consignas, las cuales deben ser abordadas en tres recuadros que estarán en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recubre el primer recuadro haciendo uso de círculos. • Recubre el segundo recuadro haciendo uso de triángulos equiláteros. • Recubre el tercer recuadro haciendo uso de cuadrados. <hr/> <p>Da respuesta a los siguientes cuestionamientos, a partir de lo realizado:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Al realizar el recubrimiento, te quedaron espacios huecos? 2. ¿Las figuras que utilizaste, quedaron superpuestas? 3. ¿Es posible cubrir totalmente una superficie determinada, haciendo uso de cualquier forma poligonal? 	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>El docente, direcciona la socialización de las respuestas dadas por algunos estudiantes y realizan la presentación de algunos de los trabajos realizados. Es necesario, que el docente, en la medida de lo posible, presente trabajos donde hayan huecos en las construcciones, se hayan sobrepuesto algunas figuras o se hayan presentado confusión en relación al triangulo solicitado.</p>	
		<p>Tomando en cuenta este primer acercamiento, el docente apoyado en el recurso, indica a los estudiantes que:</p> <p>Para la realización de un adecuado recubrimiento del plano se debe realizar un Teselado, el cual consiste en establecer una regularidad o patrón de figuras que cubre o pavimenta completamente una superficie plana y que debe cumplir con dos requisitos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. No pueden quedar huecos. 2. No se pueden superponer las figuras. <p>Los teselados, se crean usando Transformaciones Isométricas sobre una figura inicial.</p>	
		<p>Es necesario, en este momento que el docente, realice un pequeño paréntesis, para recordar algunos aspectos de las Transformaciones Isométricas.</p> <p>Estas son transformaciones de figuras en el plano, que se realizan sin variar las dimensiones ni el área de las mismas; la figura inicial y la final son semejantes y geoméricamente congruentes.</p> <p>Existen tres tipos de Isometría:</p> <p>Traslación: La cual realiza un cambio de posición o lugar en el espacio, manteniendo las direcciones (medidas angulares) y longitudinales de todos los elementos del espacio. Este movimiento,</p>	

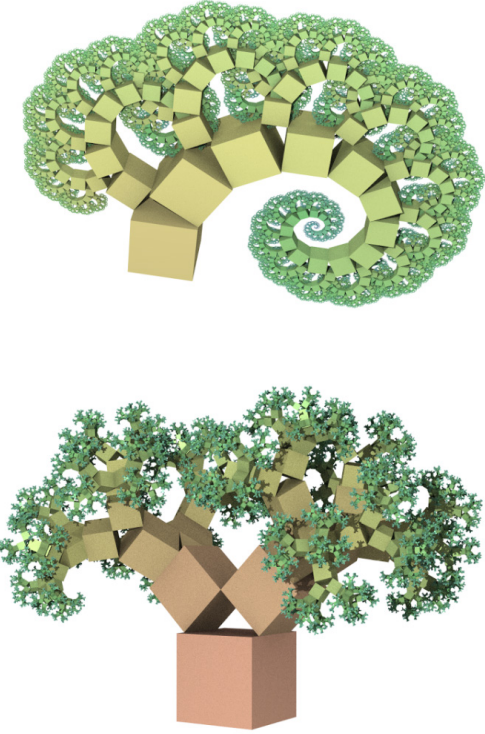
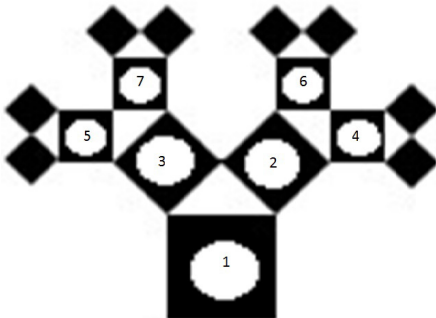
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>puede ser determinado por un vector o por dos puntos (el origen y el destino).</p> <p>Simetría: Es la correspondencia exacta en la disposición regular de las partes o puntos de un cuerpo o figura con relación a un punto (centro), una recta (eje) o un plano. Estas se clasifican a su vez como central, axial y especular o bilateral.</p> <p>La simetría central, es en la que a cada punto se le asocia otro, que debe cumplir las siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El punto y su imagen, deben estén a igual distancia de un punto llamado centro de simetría. 2. El punto, su imagen y el centro de simetría pertenezcan a una misma recta. <p>Al dar cumplimiento a estas dos condiciones, con una simetría central, se obtiene la misma figura con una rotación de 180°.</p> <p>La simetría axial, es una transformación respecto a un eje de simetría, en el cual, a cada punto de una figura se asocia otro punto llamado imagen, que cumple las siguientes condiciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La distancia de un punto y su imagen al eje de simetría, es la misma. 2. El segmento que une un punto y con su imagen, es perpendicular al eje de simetría. <p>De este modo, en una simetría de este tipo, se conservan las distancias pero no la dirección de los ángulos.</p> <p>La simetría especular o bilateral, es una transformación respecto a un plano de simetría, en la que a cada punto de una</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>figura se asocia a otro punto llamado imagen, que cumple las siguientes condiciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La distancia de un punto y su imagen al plano de simetría, es la misma. 2. El segmento que une un punto con su imagen, es perpendicular al plano de simetría. <p>Rotación: Es un movimiento de cambio de orientación de un cuerpo, de forma que, dado un punto cualquiera del mismo, este permanece a una distancia de un punto fijo, y tiene las siguientes características:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Un punto denominado centro de rotación. 2. Un ángulo. 3. Un sentido de rotación. <hr/> <p>Realizado este breve recordatorio, el docente apoyado en el recurso, explicara a los estudiantes que los teselados, se clasifican de la siguiente manera:</p> <p>Teselados regulares: Los cuales se elaboran a partir de los únicos polígonos regulares que cubren completamente una superficie plana: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono. Pues es necesario que la unión en cada vértice sume 360 para que no queden espacios huecos y los únicos polígonos regulares que suman 360° al unirlos por sus ángulos, interiores son estos tres.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div>	

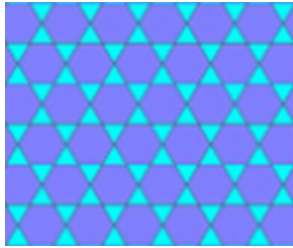
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Teselados semiregulares: Son aquellos que contienen 2 o más polígonos regulares en su formación. Un teselado semiregular, cumple las siguientes propiedades:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Está formada sólo por polígonos regulares. 2. El arreglo de polígonos es idéntico en cada vértice. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>De este modo, el docente debe lograr que el estudiante comprenda la posibilidad de realizar una gran variedad de teselados, a partir de la utilización de diversas formas y la combinación de color.</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Para finalizar esta primera parte de la actividad, el docente propone la siguiente consigna:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realiza, en un cuarto de pliego de papel bond, un teselado regular a partir de los movimientos recordados. • Realiza, en un cuarto de pliego de papel bond, un teselado semiregular a partir de los movimientos recordados. <p>Continuando con el desarrollo de esta actividad, el docente dará la siguiente consigna de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Haciendo uso de cuadrados (de diferentes tamaños), realiza la forma de algún objeto de tu interés. • Haciendo uso de cuadrados (de diferentes tamaños), realiza la forma de un árbol. 	


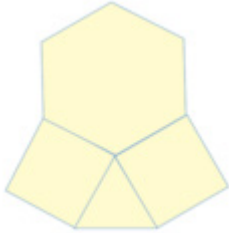
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Después de dar un tiempo prudencial para esta elaboración, el docente procederá a presentar el Árbol de Pitágoras, dando a conocer la siguiente información:</p> <p>La construcción del Árbol de Pitágoras, comienza con un cuadrado. Sobre esta plaza, se construyen dos cuadrados, cada uno reducido por un factor lineal de $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, de tal manera que las esquinas de las plazas coinciden dos a dos. Este mismo procedimiento se aplica de forma recursiva para las dos plazas más pequeñas, hasta el infinito. La siguiente imagen, muestra las primeras iteraciones en el proceso de construcción.</p>  <p>Este procedimiento, se puede repetir tantas veces como se quiera y obtendremos un Fractal, conocido como Árbol de Pitágoras, el cual fue construido por primera vez por el profesor de matemáticas Albert E. Bosman (1891-1961), en Holanda en 1942.</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Finalizada esta presentación, el docente propone a los estudiantes la siguiente consigna de trabajo para ser abordada de forma individual en el material del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Repite la construcción realizada, hasta obtener un árbol. • Pinta tu construcción de forma armónica, para obtener la semejanza a un árbol. 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Terminada la construcción de los estudiantes, el docente presentará tres versiones del árbol de Pitágoras:</p>  <p>Y se propone la siguiente pregunta:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Es posible realizar estos árboles, generando un cubo a partir de cada cuadrado? <ul style="list-style-type: none"> • Sí ¿Cómo? • No ¿Por qué? 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Se espera que el estudiante obtenga construcciones de este tipo:</p> 	
		<p>Actividad 2: Generalizas y Predices (H/C 3, H/C 4, H/C 5)</p> <p>El docente, apoyado en el recurso y retomando lo trabajado en la actividad número 1, propone la realización de las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dibuja, en el Material del Estudiante, la primera versión del árbol de Pitágoras. • Enumera tus 7 primeros cuadrados en el siguiente orden: 	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados																
		<ul style="list-style-type: none"> Determina el área de los primeros 7 cuadrados utilizados y consigna la información en la siguiente tabla: <table border="1" data-bbox="597 359 1125 737"> <thead> <tr> <th>Número de Cuadrado</th> <th>Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Después de realizar lo solicitado, se plantean los siguientes cuestionamientos:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Es posible establecer alguna generalización, a partir de la determinación del área de los siete primeros cuadrados? <ul style="list-style-type: none"> Sí ¿Cuál? No ¿Por qué? ¿A partir de lo consignado en la tabla, puedes predecir el área de los siguientes cuadrados? <ul style="list-style-type: none"> Sí ¿Cuál? No ¿Por qué? <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Finalizado lo propuesto, se debe realizar la socialización de las respuestas dadas por algunos estudiantes, siendo necesario aclarar que independientemente del área de nuestro cuadrado inicial, todos podremos establecer una generalización en relación al área de los siguientes cuadrados construidos, además de indicar que el área no es la única característica que podemos tomar en consideración cuando se quiere establecer una generalización y a partir de esta predecir algunos resultados.</p>	Número de Cuadrado	Área	1		2		3		4		5		6		7		
Número de Cuadrado	Área																		
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados												
		<p>Continuando con el trabajo, el docente propone las siguientes consignas para ser abordadas, de forma individual, en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 10 cm^2 • A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 15 cm^2 • A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 20 cm^2 <p>Si los estudiante no comprenden las consignas o si el docente desea presentar un ejemplo para la realización de estas, puede presentar la siguiente imagen:</p>  <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Terminada la elaboración de los Teselados, el docente propone las siguientes consignas y cuestionamientos, a partir de estos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Completa la información solicitada en la siguiente tabla: <table border="1" data-bbox="581 1514 1156 1761"> <thead> <tr> <th>Área del Teselado</th> <th>Número de triángulos completos</th> <th>Número de hexágonos completos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10 cm^2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>15 cm^2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>20 cm^2</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Es posible predecir el número de triángulos de un teselado de 25 cm^2, 30 cm^2 y 35 cm^2? 	Área del Teselado	Número de triángulos completos	Número de hexágonos completos	10 cm^2			15 cm^2			20 cm^2			
Área del Teselado	Número de triángulos completos	Número de hexágonos completos													
10 cm^2															
15 cm^2															
20 cm^2															

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> • ¿Es posible predecir el número de hexágonos de un teselado de 25 cm², 30 cm² y 35 cm²? • ¿Es posible predecir el número de triángulos y de hexágonos, que se obtendrían al repetir infinita veces la construcción del teselado de 10 cm²? • Establece una generalización, en relación a los teselados realizados. 	
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>Actividad: Reproducción de Procedimientos</p> <p>Esta actividad, tomará como base la siguiente situación y debe ser abordada en el Material del Estudiante, en grupos de cuatro integrantes, siendo muy creativos:</p> <p>Camilo, desea remodelar el piso de su cuarto. Ha buscado diferentes opciones, pero no ha encontrado algo que llame su atención. Después de buscar en diferentes lugares, ha optado por hacer una combinación de diferentes formas y colores. Al comunicar su decisión a sus padres, estos le pidieron que realizara un bosquejo de lo que deseaba y un presupuesto.</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Camilo, necesita tu colaboración, pues no es muy hábil en estos campos, él solo ha logrado concretar la siguiente información:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Su cuarto tiene 4 metros de largo por cinco de ancho. • Quiere combinar hexágonos, cuadrados y triángulos, de la siguiente forma: 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> • Gracias a sus averiguaciones sabe que: <ol style="list-style-type: none"> 1.El cuadrado tiene 25 cm de lado y tiene un costo por unidad de \$ 2000. 2.El hexágono, con lados de 25 cm, tiene un costo por unidad de \$ 2200. 3.El triángulo equilátero, con lados de 25 cm, tiene un costo por unidad de \$ 1750. • Si compra más de 20 unidades de cada forma, obtiene un descuento del 20 en el valor total del material. <p>A partir de estos datos, da respuesta a las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora un bosquejo en el que plasmes la forma en que quedaría el piso del cuarto. • Realiza tres propuestas de combinaciones de colores para las tres formas seleccionadas. • Teniendo en cuenta el área del cuarto y el área que ocuparía cada forma, determina el número de losetas que requiere Camilo para hacer realidad su idea. • Determina el costo que tendría la elaboración del piso. <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Después de escuchar la idea de Camilo, la mamá de este, ha decidido remodelar el azulejado y piso de los dos baños de la casa. Contando con la siguiente información:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El área del baño tiene 100 cm de ancho y 250 cm de largo. • Las paredes del baño tienen 400 cm de alto, pero desea dejar 30 cm sin azulejar. 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>A partir de estos datos y teniendo en cuenta que los azulejos pueden ser cuadrados, triangulares o rectangulares y los pisos pueden tomar cualquier forma, da respuesta a las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora cuatro propuestas diferentes para la remodelación de los baños. • Indaga en relación al costo que tendría cada una de las propuestas. • Elabora tablas comparativas en relación al área que se ocuparía con las formas seleccionadas, las cantidades necesarias de cada una y el costo de estas. • Determina que colores pueden ser de mayor agrado para la señora y da color a tus propuestas. <hr/> <p>El Padre de camilo está considerando, que si el diseño propuesto por este para el piso de su cuarto, es agradable, se puede tomar para toda la casa, la cual tiene un área de 2700 m².</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué deberías tener en cuenta para dar respuesta a la idea que tiene el padre de Camilo? <p>El docente, debe recordar a sus estudiantes, que el área total de la casa para la remodelación del piso, es menor a 2700 m², pues se debe quitar el área de los dos baños. Además, es muy importante, que esta última propuesta se base en una generalización de lo realizado para el cuarto de Camilo y que de este modo se pueda predecir lo que se necesitará para el cubrimiento de cualquier área.</p> <hr/> <p>Para dar cierre a esta actividad, el docente debe socializar las propuestas de sus estudiantes y evaluar entre todos, las que mejor se ajusten a lo solicitado.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>El docente propone la realización de las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Consulta tres teselados que sean reconocidos en las matemáticas o en el arte. • Imprime una imagen de cada teselado. • Realiza una imitación, de cada uno de los teselados consultados. • Elabora una tabla, en la que consignes algunas características de los objetos que se utilizaron para la construcción de estos. • Inventa un teselado regular y uno semiregular. • Elabora una tabla, en la que consignes algunas características de los objetos que utilizaste para la construcción de estos. • Establece dos generalizaciones, a partir de tus construcciones. • Plantea algunas predicciones, en relación a la realización infinitas veces de los procesos de construcción. 	