Grado 11	Título del objeto de aprendizaje
Matematicas - Unidad 3 Conoce el cambio en un instante y describe la situación.	**Aplicación de propiedades geométricas y numéricas para analizar procesos que se repiten infinitas veces.**

Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)	Grado: 7° UoL_4: **Las situaciones variables en nuestro mundo, ecuaciones y la regla de tres.** LO_6: Descripción de cambios y variaciones en secuencias numéricas y geométricas. Recurso:
	Grado: 11° UoL_3: **Conoce el cambio en un instante y describe la situación.** LO_1: Construcción de formas geométricas generadas por procesos interativos. Recurso:
	Materiales Necesarios: • Regla. • Escuadras. • Compás. • Hojas de Block. • Colores. • Lápiz.
Objetivos de aprendizaje	• Analizar las formas fractales clásicas, como un acercamiento a figuras irregulares infinitas. • Conjeturar acerca de las propiedades de formas fractales, justificando sus hipótesis.
Habilidad / Conocimiento (H/C)	[SCO 1] **Infiere características básicas de algunas formas fractales clásicas.** [H/C 1] Reproduce los procesos que generan los fractales clásicos. [H/C 2] Organiza tabularmente características que se pueden analizar en las construcciones de fractales: Perímetro, Área, Volumen, entre otros. [H/C 3] Propone generalizaciones utilizando propiedades numéricas de cada una de las características analizadas. [H/C 4] Propone interpretaciones a los resultados representados tabularmente. [H/C 5] Generaliza sus interpretaciones a los posibles resultados que se obtendrían si los procesos de generación se repiten infinitas veces. [H/C 6] Argumenta sus conclusiones acerca de procesos que se repiten infinitas veces. [H/C 7] Propone procedimientos nuevos que puedan aplicarse infinitas veces.

<table>
<tr><td></td><td>[H/C 8/]</td><td>Generaliza sus interpretaciones a los posibles resultados que se obtendrían cuando los procedimientos propuestos se apliquen infinitas veces.</td></tr>
<tr><td>Flujo de aprendizaje</td><td colspan="2">Introducción ⟶ Objetivos ⟶ Desarrollo ⟶ Resumen ⟶ Tarea

Introducción:
• Sigamos Instrucciones.

Objetivos de aprendizaje.

Actividad 1: Fractales. [H/C 1 - H/C 2 - H/C 3]

Actividad 2: Hay que proponer. [H/C 4 - H/C 5 - H/C 6]

Actividad 3: Innovando. [H/C 7 - H/C 8]

Resumen: Aplicando lo aprendido.

Tarea.</td></tr>
<tr><td>Guia de valoración</td><td colspan="2">Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, podrán reproducir los procesos que generan los fractales clásicos, además de organizar tabularmente sus características, proponer generalizaciones, realizar interpretaciones, argumentar conclusiones y proponer procesos nuevos a partir del conocimiento de estos.</td></tr>
</table>

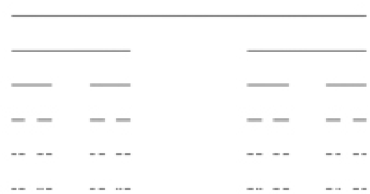
<table>
<tr><th>Etapa</th><th>Flujo de aprendizaje</th><th>Enseñanza / Actividades de aprendizaje</th><th>Recursos recomendados</th></tr>
<tr><td>Introducción</td><td></td><td>• Sigamos Instrucciones.

La intencionalidad que se tiene en esta introducción, es que los estudiantes realicen un primer acercamiento a los fractales. Para esto, se propone dar respuesta a los siguientes cuestionamientos, en el Material del Estudiante en parejas:

» Observa detenidamente la siguiente imagen:
</td><td></td></tr>
</table>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		» ¿Existe alguna regularidad en la imagen? » ¿Podrías realizar una copia de la imagen en una hoja de block? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? Después de dar un tiempo prudencial, para abordar los cuestionamientos propuestos, el docente direccionará la socialización de las respuestas dadas. Es necesario que durante esta, los estudiantes reconozcan que en la imagen hay procesos que se repiten, para la determinación de las diferentes formas, independientemente del tamaño de estas. A continuación, el docente presenta las siguientes consignas de trabajo: » En la parte superior de una hoja de block, traza un segmento de longitud 1. » Dejando un espacio prudencial, traza nuevamente el mismo segmento. » Divide en tres partes iguales el último segmento trazado (Recuerda que debe ser igual al inicial). » Elimina la parte central abierta (es decir, sin incluir los extremos). » Dejando un espacio prudencial, traza nuevamente los extremos. » Cada uno de los extremos se divide en tres partes iguales y se eliminan las partes centrales (abiertas) en cada una de ellas. » Dejando un espacio prudencial, traza nuevamente los extremos. » Se procede igual con cada uno de los cuatro segmentos que quedan. Dado un tiempo prudencial, para abordar cada una de las consignas propuestas, el docente pedirá a sus estudiantes ubicar en una de las paredes del salón (utilizando cinta) las hojas de block en las que se trabajó. Y se proponen los siguientes cuestionamientos:	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		» ¿Dividiste en tres partes IGUALES los segmentos? » ¿Podrías demostrar que la división es correcta? » ¿Cuántas veces es posible repetir las indicaciones dadas? Después de dar un tiempo adecuado, para abordar los cuestionamientos propuestos, el docente indicará a los estudiantes, que la división de un segmento en partes exactamente iguales requiere seguir los siguientes pasos: » Traza el segmento ($\overline{AB}$) . » A partir del punto A del segmento ($\overline{AB}$) ,traza una semirrecta (esta se puede direccionar hacia arriba o hacia abajo). » Toma el compás y ubica su punta en el punto A del segmento. » Con el compás abierto, tanto como se desee, traza sobre la semirrecta, un arco. » En la intercesión del arco y la semirrecta, la cual llamaremos punto C, ubica la punta del compás, conservando la abertura anterior. » Traza un nuevo arco, y obtendrás una intersección la cual llamaremos punto D punto y repite la indicación anterior, obteniendo una nueva intersección que llamaremos punto E. Hasta el momento debes tener sobre la semirrecta, tres puntos, C, D y E. » Traza una línea recta (l) que pase por B y por E. » Traza una recta paralela a (l), que pase por D, la llamaremos (m). » Traza una recta paralela a (m), que pase por C, la llamaremos (n). De acuerdo a las indicaciones dadas, tenemos, que las tres rectas, paralelas entre sí, se interceptan con el segmento (AB) , y esas intercepciones son las que nos deben permitir dividirlo en tres partes iguales.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Los estudiantes, a partir de los pasos dados, replicarán el proceso propuesto y socializarán las respuestas dadas a los últimos cuestionamientos planteados. Finalmente, el docente, a partir de un segmento dado en el recurso y con la participación de sus estudiantes, realizará la división en tres partes iguales del segmento. Además, mostrará una imagen que contiene, el resultado final que se esperaba obtener.  El docente debe indicar a sus estudiantes, que esa imagen corresponde a un fractal. Pero: ¿Qué es un fractal?	
Objetivos		Objetivos de aprendizaje El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. Se considera importante que el docente explique los objetivos propuestos, pues a partir de estos el estudiante reconocerá lo que debe alcanzar finalizado el proceso enseñanza- aprendizaje.	
Contenido		Actividad 1: Fractales. [H/C 1 - H/C 2 - H/C 3]. [H/C 1: Reproduce los procesos que generan los fractales clásicos.] [H/C 2: Organiza tabularmente características que se pueden analizar en las construcciones de fractales: Perímetro, Área, Volumen, entre otros.]	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		[H/C 3: Propone generalizaciones utilizando propiedades numéricas de cada una de las características analizadas.] Para dar inicio al desarrollo de esta actividad, se retomará la última pregunta planteada en la introducción: **¿Qué es un fractal?** El docente, después de dar unos minutos para que los estudiantes aborden la pregunta, seleccionará tres de estos, para dar su respuesta. Es necesario que el docente, indique a sus estudiantes que es importante recordar lo realizado en la introducción, para dar una respuesta acertada. Teniendo en cuenta lo trabajado, las respuestas dadas por los estudiantes y apoyado en el recurso, el docente indicará que: La palabra *fractal*, referida a conjuntos matemáticos, apareció por primera vez en el año 1977 cuando Benoit Mandelbrot la utilizó en su libro *“The Fractal Geometry of Nature”* para referirse a ciertos conjuntos con todas o algunas de las siguientes propiedades: » **Tienen detalles a todas las escalas,** entendiendo por esto que mirados a cualquier nivel de escala (zoom) manifiestan detalles ya observados a nivel global. » **Son autosemejantes**, es decir, que están formados por partes que son semejantes al conjunto total. » **Tienen una descripción algorítmica simple,** entendiendo por ello que su construcción se basa en un algoritmo sencillo. Posteriormente, el docente indicará a sus estudiantes, que existen una gran variedad de fractales, pero que hay unos en particular que han perdurado en la	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		historia y son conocidos con el nombre de fractales clásicos: » El conjunto de Cantor » La curva de Koch » El triángulo de Sierpinski » La alfombra de Sierpinski Consecutivamente, se presentará información de cada uno de estos: **El conjunto de Cantor**, es el fractal por antonomasia, y también el primero conocido. Fue ideado por Georg Cantor en 1883 como ejemplo de conjunto de longitud cero cuyos puntos se pueden identificar uno a uno con todos los puntos de una recta (que tiene longitud infinita). Para su construcción se parte de un segmento de longitud 1. Se divide en tres partes iguales y se elimina la parte central abierta (es decir, sin incluir los extremos). Cada una de las otras dos se divide en tres partes iguales y se eliminan las partes centrales (abiertas) en cada una de ellas. Se procede igual con cada uno de los cuatro segmentos que quedan. Y se repite el proceso infinitas veces. **La curva de Koch**, fue ideada por Helge von Koch en 1904 como ejemplo de curva de longitud infinita contenida en un recinto acotado y sin tangente en cualquier punto. Su construcción se hace mediante un proceso similar al del conjunto de Cantor. Se parte de un segmento de longitud 1. El primer paso consiste en dividirlo en tres intervalos iguales, construir un triángulo equilátero sobre el intervalo central y suprimir la base de dicho triángulo, como indica la figura. El segundo paso de la construcción consiste en hacer lo mismo que hemos hecho en el primer paso sobre cada uno de los cuatro intervalos que han resultado. Y se repite el proceso infinitas veces. La curva de Koch es la curva a la	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		que se van aproximando las sucesivas poligonales que resultan en cada paso. **El triángulo de Sierpinski**, fue ideado por Waclaw Sierpinski en 1915. Su construcción se hace mediante un proceso similar al de los conjuntos anteriores. Se parte de un triángulo equilátero de lado 1. El primer paso consiste en dividirlo en cuatro triángulos equiláteros iguales (lo que se consigue uniendo los puntos medios de los lados) y eliminar el triángulo central, es decir nos quedamos con los tres triángulos equiláteros de los vértices. El segundo paso de la construcción consiste en hacer lo mismo que hemos hecho en el primer paso sobre cada uno de los tres triángulos obtenidos en el paso anterior. Y se repite el proceso infinitas veces, obteniendo como resultado final el triángulo de Sierpinski. **La alfombra de Sierpinski**, se parte de un cuadrado de lado 1. El primer paso consiste en dividirlo en nueve cuadrados iguales (lo que se consigue dividiendo cada lado en tres partes iguales) y eliminar el cuadrado central, es decir nos quedamos con ocho cuadrados. El segundo paso de la construcción consiste en hacer lo mismo que hemos hecho en el primer paso sobre cada uno de los ocho cuadrados obtenidos en el paso anterior. Y se repite el proceso infinitas veces, obteniendo como resultado final el objeto fractal conocido como alfombra de Sierpinski. La información que se presenta, en relación a cada uno de los fractales, contiene indicaciones para su construcción. Dicha información se encontrará también en el Material del Estudiante y se partirá de esta para abordar la siguiente consigna, teniendo en cuenta que en la introducción ya se realizó la construcción del primer fractal mencionado, El conjunto de Cantor. » De acuerdo a las indicaciones dadas, de forma individual y trabajando en hojas	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		de block, reproduce los procesos que generaron los fractales clásicos. Apoyado en el recurso, el docente presentará la cuatro imágenes de cada uno de los fractales y a partir de estas se proponen las siguientes consignas: » Determina a que fractal corresponde cada imagen. » Teniendo en cuenta tus reproducciones y conociendo las formas de cada uno de los fractales nombrados, determina que tan cercana fue tu reproducción. Después de socializar las respuestas dadas a las consignas, el docente retomará la construcción del conjunto de Cantor, determinando los siguientes pasos: Etapa inicial (0): » Dibuja un segmento de 1 unidad. 1. El segmento anterior divídelo en tres partes congruentes y borra la parte central. 2. A cada uno de los nuevos segmentos divídelos en tres partes iguales y borra la parte central. 3. Repite en cada uno de los nuevos segmentos obtenidos el punto 3. Consecutivamente, el docente plantea las siguientes preguntas correspondientes a cada uno de los pasos de la construcción: Paso 0: » ¿Cuántos segmentos hay? » ¿Cuál es la longitud del segmento? Paso 1: » ¿Cuántos segmentos hay? » ¿Cuál es la longitud de cada segmento, si el segmento original mide una unidad?	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

Paso 2:

- ¿Cuántos segmentos hay?
- ¿Cuál es la longitud de cada uno de los segmentos que se generan?

Paso 3:

- ¿Cuántos segmentos hay?
- ¿Cuál es la longitud de cada uno de los segmentos que se generan?

A partir de la información obtenida hasta el momento, completa la siguiente tabla:

Paso	Número de Segmentos	Longitud de segmentos
0		
1		
2		
3		

- Si se continúa con el mismo procedimiento indefinidamente, ¿Qué sucedería?
- ¿Es posible continuar llenando la tabla sin realizar el procedimiento indicado?
  Si ¿Cómo?
  No ¿Por qué?

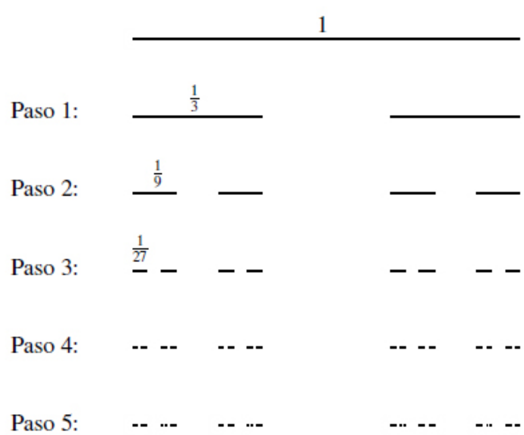
Paso	Número de Segmentos	Longitud de segmentos
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7 . . .		
n		

Terminada, esta parte de la actividad, el docente explicará a los estudiantes, que hasta la aparición de los fractales, cada objeto tenía una dimensión entera y su medida

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

asociada. Sin embargo, con los fractales se encuentra frecuentemente el caso, en el que ninguna de las medidas (contar, longitud, área, volumen), asocia
un valor finito y no nulo, es decir, con el caso en el que no tienen una dimensión entera adecuada, lo que hace necesario introducirnos en el mundo de las dimensiones fraccionarias (no enteras), a las que en parte deben su nombre.

El docente, debe hacer explícito a sus estudiantes la imposibilidad de medir los fractales con las medidas clásicas (contar, longitud, área, volumen) y con ello, plantear la necesidad de introducir dimensiones fraccionarias, y cómo calcularlas para los fractales clásicos.
Para una mayor claridad, se mostrará la siguiente imagen:



Es necesario, que el docente explique a los estudiantes, que los extremos del intervalo inicial y de cada uno de los intervalos que van apareciendo en la construcción del conjunto de Cantor nunca se pueden quitar y que es fácil observar que el conjunto de Cantor tiene infinitos puntos, es decir que su medida en dimensión 0 es infinita.

Además es necesario indicar, que para medir su longitud (medida en dimensión 1), se debe ir determinándola paso a paso hasta llegar a deducir que el paso k está formado por 2k intervalos de longitud 3-k

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

cada uno de ellos y su longitud es:

$$\text{Longitud(Paso } k) = 2^k \cdot 3^{-k} = \left(\frac{2}{3}\right)^k \underset{k\to\infty}{\longrightarrow} 0$$

Continuando el trabajo propuesto y teniendo en cuenta lo realizado hasta el momento, en relación al conjunto de Cantor, el docente pide a los estudiantes completar la siguiente tabla y dar respuesta a un cuestionamiento:

Paso	1		3	4	...	k	...	Conjunto de cantor
Numero de intervalos	2	4			...		...	
Longitud de cada intervalo	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{27}$		...		...	
Longitud total	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$			...		...	0

» ¿Es posible establecer generalizaciones, utilizando las propiedades numéricas de cada una de las características analizadas en el fractal clásico?
Si ¿Cuál?
No ¿Por qué?

Se espera entonces, obtener el siguiente resultado en cuanto a la tabla:

Paso	1	2	3	4	...	k	...	Conjunto de cantor
Numero de intervalos	2	4	8	16	...	2^K		
Longitud de cada intervalo	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	...	$\frac{1}{3^K}$		
Longitud total	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{16}{81}$	...	$\frac{2^K}{3^K}=\left(\frac{2^K}{3^K}\right)^K$		0

Siendo importante y necesario, explicitar que la siguiente parte de la tabla, es la que nos permite establecer generalizaciones en cuanto al conjunto de Cantor.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

k
2^k
$\frac{1}{3^k}$
$\frac{2^k}{3^k} = \left(\frac{2}{3}\right)^k$

Para finalizar esta primera actividad, el docente propone las siguientes preguntas:

» ¿Es posible realizar una tabla como la anterior, para cada uno de los fractales clásicos?
Si ¿Cómo?
No ¿Por qué?

» ¿Es posible establecer generalizaciones, utilizando las propiedades numéricas de cada una de las características analizadas en los fractales clásicos?
Si ¿Cuál?
No ¿Por qué?

En esta parte final, se deben establecer las siguientes igualdades y tablas para cada uno de los fractales a partir de los procesos de construcción reproducidos:

» **Curva de Koch**

$$\text{Longitud}(\text{Paso } k) = 4^k \cdot 3^{-k} = \left(\frac{4}{3}\right)^k \xrightarrow[k\to\infty]{} \infty$$

Paso	1	2	3	...	k	...	Curva de Koch
Numero de intervalos	4	16	64	...	4^K	...	
Longitud de cada intervalo	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	...	$\frac{1}{3^K}$	...	
Longitud total	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{64}{27}$	...	$\frac{4^K}{3^K} = \left(\frac{4}{3}\right)^k$	...	∞

» **Triángulo de Sierpinski**

$$\text{Perímetro} = 3\ell \qquad\qquad \text{Área} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados

Paso	1	2	3	…	k	…	Triángulo de Skerpinski
Numero de Triangulos	3	9	27	…	3k	…	
lado de cada triangulo	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	…	$\frac{1}{2^K}$	…	
Perimetro total	$\frac{9}{2}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{81}{8}$	…	$\frac{3^{k+1}}{2^K} = 3\left(\frac{3}{2}\right)^k$	…	∞
Area Total	$\frac{4\sqrt{3}}{16}$	$\frac{9\sqrt{3}}{64}$	$\frac{9\sqrt{3}}{256}$	…	$\frac{3^k\sqrt{3}}{2^{K+1}} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^k$	…	0

» **Alfombra de Skerpinski**

Paso	1	2	3	…	k	…	Alfombra de Skerpinski
Numero de Cuadrados	8	64	512	…	8k	…	
lado de cada Cuadrado	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	…	$\frac{1}{3^K}$	…	
Perimetro total	$\frac{16}{3}$	$\frac{80}{9}$	$\frac{496}{27}$	…	…	…	∞
Area Total	$\frac{8}{64}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{512}{729}$	…	$\frac{8^K}{9^K} = \left(\frac{8}{9}\right)^k$	…	0

Actividad 2: Hay que proponer. [H/C 4 - H/C 5 - H/C 6].

[H/C 4: Propone interpretaciones a los resultados representados tabularmente.]

[H/C 5: Generaliza sus interpretaciones a los posibles resultados que se obtendrían si los procesos de generación se repiten infinitas veces.]

[H/C 6: Argumenta sus conclusiones acerca de procesos que se repiten infinitas veces.]

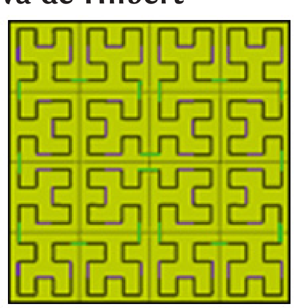
El docente, apoyado en el recurso y retomando las tablas finales de la actividad número uno, propone las siguientes consignas de trabajo, para ser abordadas en grupos de cuatro integrantes. Para este trabajo, es indispensable que a cada grupo de estudiantes se le asigne un fractal y se tome nota, en el material, de la

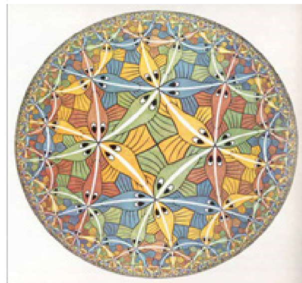
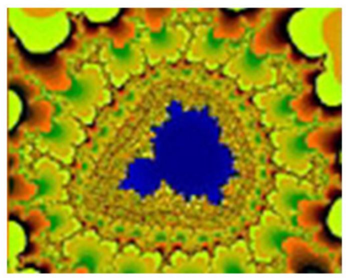
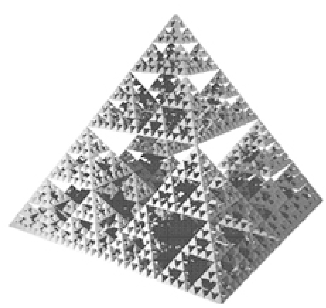
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		tabla correspondiente. En relación al fractal que se haya asignado a los estudiantes y partiendo de la tabla realizada, deben dar respuesta a las siguientes consignas de trabajo en el Material del Estudiante: » Plantea posibles interpretaciones, de la información que se consignó en la tabla que seleccionaste, teniendo en cuenta los tres primeros pasos de reproducción del fractal. » Generaliza tus interpretaciones, a los posibles resultados que se obtendrían, si los procesos de generación del fractal, se repiten infinitas veces. » Plantea dos argumentos, a favor de las generalizaciones que estableciste, acerca de los procesos que se repiten infinitas veces en el fractal seleccionado. Dado un tiempo prudencial, para abordar cada una de las consignas propuestas, el docente proporciona las siguientes indicaciones: » Intercambia tu material con un grupo, al que le hayan asignado un fractal diferente al tuyo. » Lee detenidamente los planteamientos y generalizaciones de ese grupo. » Analiza con tu grupo la pertinencia de los planteamientos y generalizaciones establecidas. » Toma nota de las apreciaciones de tu grupo, con respecto a lo analizado. Después de abordar las anteriores indicaciones, el docente propone la siguiente organización de los estudiantes: » Se formarán nuevos grupos de trabajo, en los que hay un representante de cada uno de los grupos anteriores. Es decir, cada integrante de este nuevo grupo tiene información sobre un fractal diferente.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Organizados estos nuevos grupos, el docente propone las siguientes consignas de trabajo: » Seleccionen un líder de equipo y un secretario (a). » El líder seleccionado, dará direccionamiento a la discusión que se debe plantear. » El secretario, tomará nota de las conclusiones que se establezcan en cada discusión. » Cada integrante del grupo, presenta el trabajo realizado en relación al fractal asignado a su grupo inicial de trabajo. » El grupo en general, discute la pertinencia de los planteamientos y generalizaciones establecidas para cada fractal, tomando en consideración los apuntes que se tengan. » Finalizadas las presentaciones de cada fractal, se hace lectura de los acuerdos establecidos y se verifica que todos estén de acuerdo con estos. Para finalizar la actividad, el docente, contando con las conclusiones que tengan los líderes de cada uno de los grupos de trabajo y haciendo uso de un cuadro de texto, dará respuestas a las tres consignas iniciales, para cada uno de los fractales clásicos. Se considera indispensable, que el docente clarifique la posibilidad que se tiene de conocer los datos de cada una de las tablas, después de realizar la construcción de los primeros pasos, sin el requerimiento de efectuar dichos procedimientos muchas veces (más de cinco veces), además es necesario enfatizar en la posibilidad que se tiene para repetir los procedimientos planteados infinitas veces, gracias a la relación de estos con las propiedades numéricas de cada una de las características analizadas. De acuerdo a las conclusiones finales,	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		los estudiantes tomaran nota en el Material del Estudiante, de los aspectos más relevantes.	
		Actividad 3: Innovando. [H/C 7 - H/C 8]. [H/C 7: Propone procedimientos nuevos, que puedan aplicarse infinitas veces.] [H/C 8: Generaliza sus interpretaciones a los posibles resultados que se obtendrían cuando los procedimientos propuestos se apliquen infinitas veces.] Para dar desarrollo a esta actividad, el docente dará las siguientes indicaciones de trabajo, las cuales estarán presentes en el Material del Estudiante: » De forma individual y utilizando una hoja de block, realiza una propuesta en relación al diseño de un nuevo fractal. » Describe de forma verbal, cada uno de los pasos que seguiste para su elaboración. » Da un toque innovador a tu fractal aplicándole color a algunas de las formas obtenidas. Posterior al establecimiento de los nuevos procedimientos, los estudiantes deben abordar las siguientes consignas: » Identifica el elemento del cual se partió para dar inicio a tu propuesta. » Escribe en una hoja de block, los pasos que se deben reproducir para la construcción de tu fractal. » Entrega tu fractal y los pasos que estableciste para su construcción a uno de sus compañeros, teniendo en cuenta que nadie puede quedar sin fractal. Consecutivamente, cada uno de los estudiantes, tomando en consideración el fractal elaborado por su compañero, debe dar respuesta a las siguientes preguntas y consignas, las cuales estarán en el Material del Estudiante, en hojas de block:	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		» ¿La creación de tu compañero corresponde a un fractal? Si ¿Por qué? No ¿Por qué? » ¿Es posible reproducir nuevamente la construcción realizada por tu compañero? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? » Generaliza tus interpretaciones a los posibles resultados que se obtendrían, cuando los procedimientos propuestos por tu compañero se apliquen infinitas veces. » Realiza una propuesta, con la que consideres, mejorarías el diseño de tu compañero. Finalmente, cada estudiante recibirá nuevamente su fractal y las respuestas de su compañero. Después de leerlas con detenimiento y de evaluar la pertinencia de estas, preparará la presentación de su fractal a todos sus compañeros utilizando máximo dos minutos para esta. Durante la presentación de cada uno de los fractales, el docente podrá realizar los comentarios y sugerencias que considere pertinentes, en relación a lo planteado por cada estudiante. Dado el caso, de existir un procedimiento que no corresponda a la generación de un fractal, el docente debe indicar la equivocación al estudiante y plantear sugerencias para la reformulación de este.	
Resumen		**Actividad: Aplicando lo aprendido.** Esta actividad, tomará como base las imágenes correspondientes a cinco fractales. Dichas imágenes estarán presentes en el Material del Estudiante y será el docente quien asigne una de estas a cada cuarteto de estudiantes. Posterior a la asignación, el docente dará las siguientes consignas y preguntas de trabajo a los estudiantes:	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		» ¿Es posible reproducir los procedimientos que generan el fractal? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? » ¿Qué se obtendría si los procesos de generación se repiten infinitas veces? » Organiza tabularmente las características que se puedan analizar del fractal que se te asigno. » Establece generalizaciones utilizando las propiedades numéricas de cada una de las características analizadas. » Realiza una interpretación de los resultados que obtuviste en la tabla. » Argumenta tus conclusiones acerca de los procesos que se repiten infinitas veces. Finalmente, cada uno de los grupos, designará un representante, el cual socializará el trabajo realizado a todos los compañeros. Después de esta socialización y apoyado en el recurso, el docente presentará formalmente, cada uno de los fractales, indicando aspectos de relevación de cada uno. » **El disco Hiperbólico de Poincaré**  » **La curva de Hilbert** 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		» **Limite circular III, M.C. Escher**  » **Conjunto de Mandelbrot**  » **Tetraedro de Sierpinski** 	
Tarea	Tarea	TAREA Teniendo en cuenta los saberes previos de los estudiantes, el docente propone las siguientes consignas de trabajo: » Consulta en la web una obra de arte que incluya o que se genere a partir de un fractal. » Reseña la obra de arte, es decir, indica el nombre de su autor, la fecha y lugar	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		de creación, lugar de presentación al público, entre otros datos que puedas conseguir. » ¿Es posible reproducir los procedimientos que generan la obra de arte? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? » Organiza tabularmente las características que se puedan analizar de la obra de arte. » Establece generalizaciones utilizando las propiedades numéricas de cada una de las características analizadas. » Realiza una interpretación de los resultados que obtuviste en la tabla. » Argumenta tus conclusiones acerca de los procesos que se repiten infinitas veces.	