

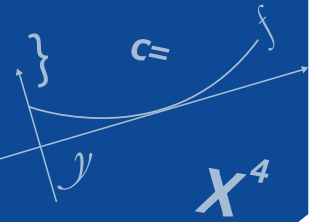
Grado 10

Matemáticas - Unidad 3

Conoce el cambio en un instante y describe la situación

Título del objeto de aprendizaje

Cálculo del valor de un límite mediante el uso de las propiedades de límites



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado: 11°

UoL2: Las funciones, una forma de interpretar relaciones entre números reales

LO_01: Caracterización de las funciones de variable real

LO_06: Deducción de características de las funciones a través de su representación gráfica.

Objetivos de aprendizaje

Determinar el límite de una función haciendo uso de las propiedades de las mismas.

Aplicar adecuadamente las fórmulas para determinar límites de funciones.

Determinar el tipo de continuidad que puede presentar una función, basando sus argumentos en el cálculo de límites.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

SCO] Infiere soluciones en un punto determinado para una función.

[H/C] - 1: Explora la tendencia de una sucesión para un valor n-esimo.


[H/C] - 2: Define e interpreta gráficamente el límite de una función.

[H/C] - 3: Determina el valor del límite por inspección.



[H/C] - 4: Determina el valor para una función cuando la variable independiente tiene a infinito.


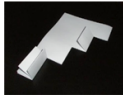

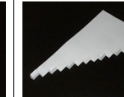



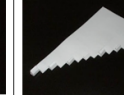

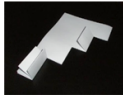

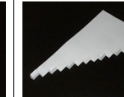



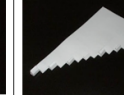

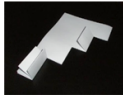

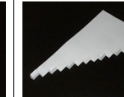



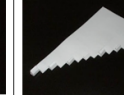
[H/C] - 5: Calcula el límite de una función por sustitución.

Flujo de aprendizaje	<p>1. Actividad introductoria: ¿Número de plástico? [H/C 1.1]</p> <p>2. Objetivos.</p> <p>2.1 Actividad 1: Doblando y recortando papel [H/C 1.1 - H/C 1.2]</p> <p>2.2 Actividad 2: Solo doblando papel. [H/C 1.2- H/C 1.3- H/C 1.5]</p> <p>2.3 Actividad 3: El restaurante. [H/C 1.4 - H/C 2.1 - H/C 2.2- H/C 2.3]</p> <p>Resumen. Reflexionando.</p> <p>Tarea.</p>
Guía de valoración	<p>Los estudiantes, a través de situaciones en contexto y conociendo algunas sucesiones famosas, calculan el límite de funciones por diferentes métodos y los utiliza para definir la continuidad de una función.</p>

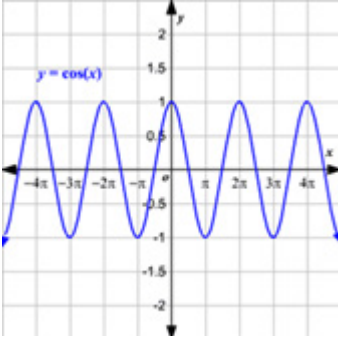
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 	Introducción	<p>Actividad introductoria: [H/C 1.1. [H/C] - 1: Explora la tendencia de una sucesión para un valor n-esimo]</p> <p>El docente muestra una imagen en la que se muestra que al hablar de sucesiones famosas se encuentra la sucesión de Fibonacci</p> <p>1 2 3 5 8 13 21 ...</p> <p>Entonces el docente pregunta a los estudiantes de qué manera observan que se forma la sucesión (los estudiantes escriben sus conclusiones en el Material del estudiante) y cuáles son los ocho números siguientes de la sucesión (los estudiantes completan en el recurso interactivo, el recurso valida la pertinencia).</p> <p>Después de escuchar a los estudiantes el docente formaliza que la sucesión de Fibonacci se caracteriza porque cada</p>	<p>Recurso Interactivo</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Material del Estudiante</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Recurso Interactivo: Completar</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Entonces el docente y los estudiantes construyen la sucesión con los números resultantes de este proceso que son: 1 1 2 2 3 4 5 7 9 12 16..</p> <p>El docente pregunta a los estudiantes</p> <p>¿Cuáles son los siguientes cinco términos de la sucesión? (Mediante el recurso interactivo el estudiante arrastra los números que continúan en la sucesión y el recurso valida la pertinencia)</p> <p>¿Cómo se construye la sucesión? (En el Material del estudiante se escriben las posibles soluciones)</p> <p>Después de escuchar a los estudiantes se formaliza que el número que está en la posición n resulta</p> <p>Posición (n+1) = Posición (n)+Posición (n-4)</p> <p>Ahora el docente pregunta ¿Y qué pasa si se dividen los términos de la sucesión? En el Material del estudiante se realizan estas divisiones</p> <p>1/1=1 1/1=1 2/1=2 2/2= 1 3/2= 1.5 4/3=1.33333 5/4= 1.25 9/7=1.28571429 12/9= 1.3333333 16/12= 1.3333333 21/16=1.3125</p> <p>El docente concluye que si se observan estos cocientes se acercan a 1.324718... denominado el número de plástico por el arquitecto y monje Benedictino Hans Dom van der Laan en 1928 y es la única solución real de la ecuación $x^3-x-1=0$</p>	<p>Recurso Interactivo</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>imagen</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados														
		<p>El propósito de esta actividad es que el estudiante conozca sucesiones que se han encontrado a lo largo de la historia e intuitivamente se genere una idea de lo que es una sucesión.</p>	<p>Recurso Interactivo</p> <p>Texto</p>														
<p>Objetivos</p> 		<p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar.</p> <p>Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>															
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1 (H/C 1.1 – H/C 1.2): Doblando y recortando papel.</p> <p>[H/C 1.1: Explora la tendencia de una sucesión para un valor n-esimo.] [H/C 1.2.: Define e interpreta gráficamente el límite de una función.]</p> <p>El docente pide a los estudiantes que recuerden como es el proceso de doblar la hoja por la mitad y después se cuenta el número de partes en que queda dividido el papel y que realicen los dobleces con una hoja, luego se pide a los niños ir completando la tabla en el recurso interactivo</p> <table border="1" data-bbox="581 1522 1161 1606"> <tr> <td>Paso</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>No. dobleces</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>16</td> <td>32</td> <td>64</td> </tr> </table> <p>Después se utiliza el recurso interactivo y está la pregunta ¿Cuál es el número de dobleces en n pasos? Y aparecen diferentes generalizaciones y los estudiantes deben arrastrar la que creen conveniente (El recurso valida la respuesta).</p>	Paso	1	2	3	4	5	6	No. dobleces	2	4	8	16	32	64	<p>Recurso Interactivo</p> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p>Recurso Interactivo</p> <p>Completar</p> <p>Arrastrar</p>
Paso	1	2	3	4	5	6											
No. dobleces	2	4	8	16	32	64											

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados																																																
		<p>Ahora se muestra cómo realizar un triángulo de sierpinsky en un recurso interactivo con papel y tijeras. Se tiene una hoja de papel se dobla por la mitad y después nuevamente se dobla por la mitad y se hace un corte cuya longitud es la mitad de lo que queda hasta el otro lado y se siguen los siguientes pasos :</p> <div data-bbox="574 575 1162 730" style="text-align: center;"> <table border="1"> <tr> <td>Paso 1</td> <td>Paso 2</td> <td>Paso 3</td> <td>Paso 4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> </div> <p>Se desdobra y queda el triángulo de Sierpinsky</p> <p>Después se muestra a los estudiantes el paso a paso de cómo se realiza y con el recurso interactivo se observa las imágenes del paso a paso y se completa la siguiente información utilizando el recurso interactivo (el docente valida las respuestas):</p> <p>Se tiene una hoja de papel de 1m x 1m, se dobla por la mitad y se hace un corte cuya longitud es la mitad de lo que queda hasta el otro lado.</p> <div data-bbox="574 1346 1162 1501" style="text-align: center;"> <table border="1"> <tr> <td>Paso 1</td> <td>Paso 2</td> <td>Paso 3</td> <td>Paso 4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> </div> <p>La información se llena con respecto al cuadrado que se recorta (estas son las respuestas que deben dar el estudiante)</p> <table border="1" data-bbox="574 1688 1153 1906"> <thead> <tr> <th>Paso</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>...</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Número de cuadrados que se recortan</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>16</td> <td>...</td> <td>2^{n-1}</td> </tr> <tr> <td>Lado del cuadrado</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> <td>$\frac{1}{16}$</td> <td>$\frac{1}{32}$</td> <td>$\frac{1}{64}$</td> <td>...</td> <td>$\frac{1}{2^{n-1}}$</td> </tr> <tr> <td>Área de cada cuadrado</td> <td>$\frac{1}{16}$</td> <td>$\frac{1}{64}$</td> <td>$\frac{1}{256}$</td> <td>$\frac{1}{1024}$</td> <td>$\frac{1}{4096}$</td> <td>...</td> <td>$\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2 = \frac{1}{2^{2(n-1)}}$</td> </tr> </tbody> </table>	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4					Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4					Paso	1	2	3	4	5	...	n	Número de cuadrados que se recortan	1	2	4	8	16	...	2^{n-1}	Lado del cuadrado	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$...	$\frac{1}{2^{n-1}}$	Área de cada cuadrado	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{4096}$...	$\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2 = \frac{1}{2^{2(n-1)}}$	<p>Recurso Interactivo</p> <p>Imagen</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Recurso Interactivo</p> <p>Imagen</p> <p>Completar</p>
Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4																																																
																																																			
Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4																																																
																																																			
Paso	1	2	3	4	5	...	n																																												
Número de cuadrados que se recortan	1	2	4	8	16	...	2^{n-1}																																												
Lado del cuadrado	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$...	$\frac{1}{2^{n-1}}$																																												
Área de cada cuadrado	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{4096}$...	$\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2 = \frac{1}{2^{2(n-1)}}$																																												

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Ahora el docente pide al estudiante que retome la fila de “Lado del cuadrado” y realice la división correspondiente con el recurso interactivo arrastre para relacionar la fracción con su correspondiente número decimal.</p> $\frac{1}{4} = 0.25 \quad \frac{1}{8} = 0.125 \quad \frac{1}{16} = 0.0625 \quad \frac{1}{32} = 0.03125 \quad \frac{1}{64} = 0.015625$ <p>Y pregunta a los estudiantes ¿Qué tendencia observa en los números? ¿Se podría pensar que en algún momento se llegue a cero?</p> <p>Entonces de acuerdo a las respuestas de los estudiantes se da una definición intuitiva de lo que es un límite.</p> <p><i>Si se observa a medida que n crece el lado del cuadrado tiende a cero, cero corresponde al límite de esta sucesión.</i></p> <p>En el Material del estudiante se encontrarán ejemplos de sucesiones para que los estudiantes encuentren el término n-ésimo.</p> <p>El propósito de esta actividad es que el estudiante encuentre la expresión general para una sucesión que se forma a partir de dobles y formas con papel y se vaya construyendo una noción de lo que significa límite.</p>	<p>Recurso Interactivo: Arrastrar</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Material del estudiante</p>
		<p>Actividad 2 [H/C 1.2- H/C 1.3 - H/C 1.5]: Sólo doblando papel</p> <p>[H/C 1.2: Define e interpreta gráficamente el límite de una función.]</p> <p>[H/C 1.3: Determina el valor del límite por inspección. .]</p> <p>[H/C 1.5: Calcula el límite de una función por sustitución.]</p>	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Al escuchar las intervenciones de los estudiantes, el docente concluye que 1 es el límite de la función cuando x tiende a 0.</p> <p>En el recurso interactivo aparece un rompecabezas para hacer la función $y = \cos x$ observando se hallará el límite cuando x tiende a π, después el recurso señala como la función en las partes cercanas a π se acerca a -1 y se puede concluir que este es el límite</p>  <p>Formalmente</p> <p>Utilizando el recurso interactivo se hace un concéntrese para que los estudiantes hagan parejas entre las gráficas y los límites.</p> <p>En el Material del estudiante hay ejercicios para que los estudiantes hallen el límite de funciones interpretando su gráfica.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pi} \cos x = -1$</p>	<p>Recurso Interactivo:</p> <p>Concéntrese</p>


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Utilizando el recurso interactivo se hace un concéntrese para que los estudiantes hagan parejas entre las gráficas y los límites.</p> <p>En el Material del estudiante hay ejercicios para que los estudiantes hallen el límite de funciones interpretando su gráfica.</p> <p>Nuevamente se muestra el dibujo de la parábola en origami y la tabla, resaltando que al realizar la sustitución numérica se encuentra también el límite de la función.</p> <p>Utilizando el recurso interactivo se hace un concéntrese para que los estudiantes hagan parejas entre las expresiones algebraicas de las funciones y los límites</p> <p>En el Material del estudiante hay ejercicios para que los estudiantes hallen el límite de funciones utilizando la sustitución numérica.</p> <p>El propósito de esta actividad es que definan e interpreten gráficamente el límite de una función, lo calculen por inspección y por sustitución.</p>	<p>Material del estudiante</p> <p>-----</p> <p>Recurso Interactivo: Imagen</p> <p>Recurso Interactivo: Relacionar</p> <p>-----</p> <p>Material del estudiante</p>
		<p>Actividad 3 [H/C 1.4 - H/C 2.1 - H/C 2.2 - H/C 2.3]: El Restaurante.</p> <p>[H/C 1.4: Determina el valor para una función cuando la variable independiente tiene a infinito.]</p> <p>[H/C 2.1: Determina si una función es continua en un punto.]</p> <p>[H/C 2.2: Determina si la función posee una discontinuidad evitable.]</p> <p>[H/C 2.3: Redefine la función para calcular el límite en el punto de la indeterminación.]</p>	<p>Recurso Interactivo: Imagen</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>El docente muestra a los estudiantes en el recurso interactivo que: Hay un hombre diciendo “Bienvenidos al restaurante Mi Casita en el cual encuentra un delicioso pollo asado con arroz, plátano, yuca, sigan y miren nuestros precios, tenemos servicio de parqueadero”</p> <p>Pasa la familia Pérez y le muestran la carta</p> <div data-bbox="673 569 1063 852" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">MI CASITA</p> <p>*Pollo Asado a la temperatura que desee</p> <p>*Acompañamientos: Arroz, papa, yuca y plátano.</p> </div> <p>Y la familia pregunta al mesero cómo funciona el asunto de la temperatura del pollo, entonces él les comenta que ellos calculan la temperatura del pollo desde que entra al horno hasta que sale y así mismo se demora en tiempo.</p> <p>Ellos piden un pollo que esté en 30 minutos y le preguntan ¿A qué temperatura queda? con todos los acompañamientos, cuando el mesero entra a la cocina se observa que tienen la siguiente ecuación:</p> $f(x) = 200e^{-((x-30)/10)^2} + 24$ <p>Entonces el docente explica que esta es la ecuación que modela la temperatura del pollo desde que entra al horno hasta que sale. Utilizando el recurso interactivo completan la tabla que tiene los valores entre 29,5 y 30,1 minutos para saber a qué temperatura queda el pollo aproximadamente y se muestra la grafica</p>	<p>Recurso Interactivo:</p> <p>Completar</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<div data-bbox="643 270 1081 558" data-label="Figure"> </div> <p data-bbox="566 688 1130 829">El docente pregunta a los estudiantes ¿Coincide la tendencia por izquierda y por derecha de 35? ¿Cuál es el límite de la función en 35 minutos?</p> <p data-bbox="566 869 1144 1010">Después el docente les explica que esta función es continua en ese punto porque $f(35)$ existe, el límite existe y $f(35)$ es igual a este límite.</p> <p data-bbox="566 1050 1084 1115">Y el docente formaliza la definición de función continua.</p> <p data-bbox="566 1155 1154 1226">Una función $f(x)$ es continua en un punto a si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.</p> <p data-bbox="566 1262 1159 1369">Después el docente les pregunta a los estudiantes a que temperatura tiende a tener el pollo cuando x se hace más grande.</p> <p data-bbox="566 1407 1138 1514">Entonces utilizando el recurso interactivo se pide a los estudiantes que completen la tabla con valores grandes de x.</p> <p data-bbox="566 1549 1156 1690">Después el docente les comenta que si hallan la asíntota horizontal de la función $y=b$, b es límite por derecha o por izquierda de la función.</p> <p data-bbox="566 1728 1057 1799">Después la familia pide las tarifas de parqueo y se muestra lo siguiente:</p>	<p data-bbox="1219 380 1500 487">Recurso Interactivo: Imagen</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p data-bbox="1219 709 1390 779">Material del estudiante</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p data-bbox="1219 1178 1500 1285">Recurso Interactivo: Imagen</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p data-bbox="1219 1734 1390 1803">Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<div data-bbox="690 262 1055 598" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> RESTAURANTE "MI CASITA" PARQUEO 0-30 MINUTOS \$1200 31-60 MINUTOS \$1500 60-90 MINUTOS \$1800 90-120 MINUTOS \$2100 </div> <p>Y pide a los estudiantes que realicen la gráfica en el Material del estudiante y les propone hallar los límites en 30 minutos, los estudiantes deben socializar que no encuentran un solo límite por derecha y por izquierda son diferentes, entonces el docente les explica que en ese caso las funciones son discontinuas.</p> <p>En el Material del estudiante se encuentran ejercicios en los cuales deben hallar si la función es continua en determinado punto.</p> <p>La familia sigue comiendo y la mamá pregunta cómo hicieron el plátano, le comenta que lo colocan a freír en aceite de la siguiente manera:</p> <p>0 x<21 minutos: 20° 22 x minutos: $x-0,5$</p> <p>A los 21 minutos se retira de la estufa</p> <p>El docente pide a los estudiantes que en su Material dibuje esta función y hallen el límite de la función en 21.</p> <p>Después el docente pide que socialicen sus respuestas, la idea es que los estudiantes hallen encontrando que la función es discontinua porque el límite existe pero $f(21)$ no existe, entonces el docente les explica que esta función es discontinua evitable.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>A continuación se muestra que la madre de la familia pasa una sugerencia:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Recomiendo que el plátano se haga de la siguiente manera:</p> <p>$0 \leq x < 21$ minutos: 20° 21 minutos 20° $22 \geq x$ minutos: $x - 0,5$</p> <p>Pues se siente algo crudo</p> </div> <p>Y el docente pide a los estudiantes que nuevamente grafiquen la función y calculen los límites en este caso ya se dan cuenta que es continua y formaliza la redefinición de la función</p> <p>En el Material de los estudiantes habrán gráficas de funciones, para definir si las funciones son continuas, discontinuas evitables e inevitables.</p> <p>El propósito de esta actividad es que el estudiante utilizando los límites defina lo que es una función continua, discontinua y puedan redefinirla, mediante las situaciones que se presentan en un restaurante.</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Conclusión y cierre</p>	<p>Reconociendo.</p> <p>En el recurso interactivo se muestra la gráfica de una función y con los estudiantes se halla el límite y se comprueba su continuidad.</p> <p>En el recurso interactivo se muestra la expresión algebraica de una función y con los estudiantes se halla el límite y se comprueba su continuidad.</p> <p>Después aparecen unas definiciones y los estudiantes deben relacionarlas con la palabra correspondiente.</p>	<p>Recurso Interactivo:</p> <p>Completar</p> <p>-----</p> <p>Recurso Interactivo:</p> <p>Relacionar</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		A través de esta actividad, los estudiantes recuerdan los temas trabajados en clase, y afianzan los conocimientos.	
<p>Tarea</p> 	Evaluación (Post clase)	En el Material del estudiante se propone a los estudiantes diferentes gráficas y expresiones algebraicas y las tienen que relacionar con el concepto que cumpla.	Material del estudiante