Grado 11

Matemáticas - Unidad 3

Conoce el cambio en un instante y describe la situación

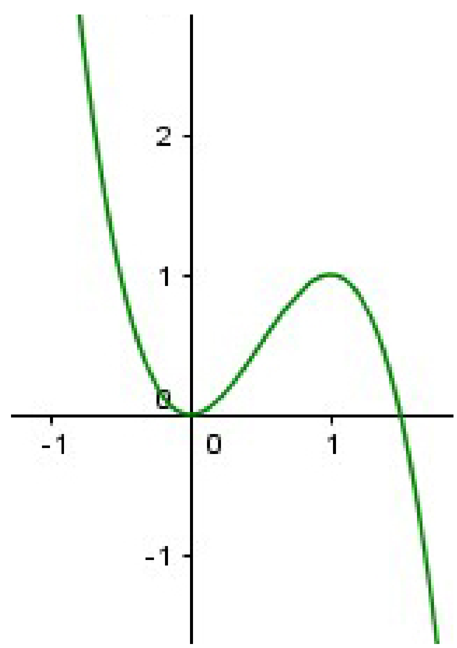
Tema

Reconoce el cambio instantáneo como la derivada de la función

Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)	**Grado 11:** **UoL_2:** Las funciones, una forma de interpretar relaciones entre números reales **LO_01:** Caracterización de las funciones de variable real **LO_03:** Caracterización de los atributos de las funciones a través de comparaciones entre funciones **LO_04:** Caracterización de funciones polinómicas y racionales **UoL_3:** Conoce el cambio en un instante y describe la situación **LO_04:** Cálculo del valor de un límite mediante el uso de las propiedades de límites.
Objetivos de aprendizaje	• Establecer valores de la derivada de la función a partir de los fenómenos de cambio y variación en situaciones problemas. • Establecer la correlación y variación a medida que una función recorre su dominio • Determinar la derivada de una función. • Utilizar la factorización de Caratheodory en la determinación de la derivada de funciones polinómicas • Hacer uso de las fórmulas de derivación para encontrar derivadas de funciones compuestas. • Interpretar la derivada de una función a partir de registros gráficos.
Habilidad / Conocimiento (H/C)	**SCO 1: Reconoce los procesos de cambio y variación en una función** 1. Identifica la correlación entre las variables. 2. Descompone la curva en un conjunto de rectas tangentes infinitas 3. Reconoce la pendiente como la relación de cambio entre la variación de las variables. 4. Halla la variación media de una función en un intervalo determinado. **SCO 2: Calcula la derivada de una función** 1. Calcula la derivada de una función por definición. 2. Aplica procesos algebraicos para el desarrollo de la derivada. 3. Calcula la derivada de la función.

	SCO 3: Explora otra forma de determinar la derivada 1. Investiga acerca del método de Caratheodory para calcular derivadas. 2. Aplica el método de Caratheodory para calcular derivadas en funciones polinómicas. 3. Propone una justificación de porqué el método funciona. 4. Consulta porqué el método de Caratheodory funciona en la obtención de derivadas. 5. Relata por qué funciona el método de Caratheodory. **SCO 4: Identifica las reglas de derivación.** 1. Reconoce procesos de generalización en diferentes casos de derivación. 2. Reconoce las reglas para derivar. 3. Aplica reglas para derivar. **SCO 5: Aplica el concepto de derivada para graficar y solucionar situaciones problema.** 1. Determina la primera y segunda derivada de una función. 2. Realiza el bosquejo de gráficas usando el concepto de derivada. 3. Aplica el concepto de derivada para encontrar los valores máximos y mínimos de la función.
Flujo de aprendizaje	**Introducción→Objetivos→Desarrollo→Resumen→Tarea** 1. **Introducción:** Visitando el parque de diversiones (H/C 1.1) 2. **Objetivos de aprendizaje** 3. **Desarrollo:** 3.1. **Actividad 1:** La montaña Rusa (H/C 1.1, H/C 1.2, H/C 1.3, H/C 1.4) 3.2. **Actividad 2:** El tobogán (H/C 2.1, H/C 2.2, H/C 2.3) 3.3. **Actividad 3:** Generalizaciones de las derivadas (H/C 4.1 , H/C 4.2, H/C 4.3) 3.4. **Actividad 4:** Valores máximos y mínimos de la montaña rusa (H/C 5.1, H/C 5.2, H/C 5.3) 3.5. **Actividad 5:** Método de Caratheodory (H/C 3.1, H/C 3.2, H/C 3.3, H/C 3.4, H/C 3.5) 4. **Resumen:** Reflexionando 5. **Tarea**
Lineamientos evaluativos	Los estudiantes, a través de situaciones en contexto reconocen los procesos de cambio y variación de un función, calculan la derivada de una función y reconocen su significado en un contexto determinado.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción	**Introducción**	**Introducción: Visitando el parque de diversiones** El docente presenta una animación en la cual dos jóvenes entran a un parque de diversiones y se quedan observando el movimiento de la montaña rusa, entonces uno le pregunta al otro:" ¿En qué partes de la montaña rusa crees que el carro adquiere mayor velocidad? ¿En qué partes crees que adquiere menor velocidad? En el material del estudiante hay un dibujo de la montaña rusa y los estudiantes marcan los sitios en los que creen que el carro adquiere mayor velocidad.	**Recurso interactivo** **Animación** **Material del estudiante**
Objetivos		**Objetivos de aprendizaje** El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.	**Recurso interactivo** **Texto**
Contenido	El docente presenta el tema	**Actividad 1: La montaña Rusa (H/C 1.1, H/C 1.2, H/C 1.3, H/C 1.4)** El docente retoma la animación de la introducción y pide a los estudiantes que observen el movimiento del carrito en la montaña rusa y retoma las preguntas iniciales **¿En qué parte el carrito adquiere mayor velocidad?** Los estudiantes responden que adquiere mayor velocidad cuando está bajando la curva. Y les pregunta **¿En algún lugar el carrito tendrá velocidad 0?** Los estudiantes contestan que la velocidad disminuye mucho cuando está en la cima de la curva.	**Recurso interactivo** **Animación**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Y el docente formula la pregunta **¿Crees que haya una manera de que, con una gráfica, se pueda saber que tan rápido va el carrito en cada lugar de la montaña rusa?**, sugiriendo que esta gráfica se haga en el plano cartesiano, guiando con esto a los estudiantes a decir que se asuma en el eje X la cantidad de trayecto recorrido por el carrito y en el eje Y la velocidad que lleva el carrito.	
		Desde la pregunta anterior cuestionar a los estudiantes en el **¿cómo saber la velocidad en cada momento para el carrito?** Puesto que para cada momento la velocidad varía, para con ello lograr mostrar a los estudiantes que la velocidad depende del tiempo y la distancia recorrida por el carrito sobre el trayecto de la montaña rusa y, desde este punto empezar a explicar qué la distancia recorrida, la velocidad y la aceleración son valores que tienen correlación entre ellos.	**Material del estudiante**
		El docente, después de llegar a la conclusión anterior, dando uso al recurso interactivo, muestra la gráfica que representa la ecuación $-2x^3 + 3x^2$ en el intervalo [-0,6, 1,2] 	**Recurso interactivo**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Le dice a los estudiantes que se asume que esta es la gráfica describe la velocidad con respecto al tiempo transcurrido del carrito en la montaña rusa y los incentiva a deducir con ayuda de la gráfica la aceleración que tiene el carrito en cada instante de tiempo. (En este momento de la actividad si es necesario aclarar que la aceleración se define como variación de la velocidad por unidad de tiempo), luego de esto socializa los resultados obtenidos y relaciona, a partir de los resultados la aceleración con la recta tangente y, a partir de esto relaciona la pendiente de la recta tangente con la aceleración, además la velocidad media de un intervalo con las rectas secantes que determina los puntos extremos del intervalo, a raíz de esta explicación se realiza la actividad en la que se haya la variación media de los intervalos propuestos.	**Recurso interactivo de arrastre**
		Para los puntos en los que se solicita **“escribir algún método que lleve a hallar la velocidad media”** y **“Si se piensa en el método anterior para hallar la aceleración, que problemas se tendrían”** el docente socializa los resultados y explica el concepto límite.	
		Luego, cuando se le solicita a los estudiantes en el manuscrito de hacer 10 rectas tangentes se debe aclarar al momento de socializar que para todo punto en la función se puede asociar una recta tangente, en la que coincide la pendiente de la recta con la aceleración en el punto.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Actividad 2: El tobogán (H/C 2.1, H/C 2.2, H/C 2.3) El docente muestra una animación a los estudiantes donde los jóvenes que estaban en la introducción ahora se dirigen al tobogán, ellos comentan que en el tobogán también hay bastantes cambios en el velocidad pero son más rápidos por lo corto de las ondas. **¿Y cómo sabemos cuál es la velocidad exacta se siente en cada parte del tobogán?**	
		Después de este punto guía se socializan los resultados obtenidos en las respuestas que se obtengan de la actividad dos por parte de los estudiantes hasta que se llega a la pregunta “**Si deseamos hallar una ecuación que nos determine la velocidad instantánea para cualquier punto ¿cómo lo harías?. Resuelve este punto con ayuda de tu profesor.**”, en este punto es necesario que aclare que lo que se desea es que se logre obtener una ecuación que al reemplazar el valor nos dé como resultado el valor de la velocidad instantánea, además en este punto debe explicar que a esto es lo que se le llama derivada de una función, debido a que esta generaliza la derivada para todos los puntos de la ecuación.	**Recuros interactivo de concéntrese**
		Para la última parte de la actividad en la que se solicita que halle las derivadas a los estudiantes es necesario que el docente solucione a la par con los estudiantes algunos de los ejercicios para que con esto ellos tengan una noción de como hallar la derivada.	**Material del estudiante**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Actividad 3: Generalizaciones de las derivadas (H/C 4.1, H/C 4.2, H/C 4.3) En esta actividad el docente girara a los estudiantes a poder solucionar cada una de las derivadas propuestas en la parte de la generalización y ayudara a guiar, con las respuestas que se obtengan de los estudiantes a obtener cada una de las generalizaciones para cada uno de los casos de derivación propuestos, además al terminar esta primera parte en donde se solicita generalizar deberá mostrar casos en los que se combinen estos casos y mostrar por medio de un ejemplo como se pueden utilizar las generalizaciones en estos casos.	**Recurso animación**
		Actividad 4: Valores máximos y mínimos de una función (H/C 5.1, H/C 5.2, H/C 5.3) El profesor muestra en la herramienta interactiva la definición de máximo y mínimo de función. Con base en ellas el profesor muestra la gráfica de la función $x^3 - 12x$ y pide a los estudiantes nombrar los puntos máximos y mínimos en el intervalo [-3,5]. Luego se pide a los estudiantes calcular la primera derivada de la función y evaluar en que puntos su valor es 0. El profesor deberá hacer una socialización de las respuestas de los estudiantes buscando corregir errores o rectificar los buenos resultados.	**Recurso Interactivo** **Material del estudiante**
		Luego se mostrará la representación algebraica de la función $4x^2 - 2$ Y preguntará a los estudiantes **¿cómo será la gráfica de esta función?** Y mencionará que no deben hacer la tabla de valores porque no se conoce el comportamiento de la función en todo su dominio. El profesor deberá guiar a los estudiantes en el seguimiento de los pasos: 1. **Encontrar los puntos de intersección con los ejes coordenados.** El docente y estudiantes encontrarán	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		en la herramienta interactiva y material de estudiante los puntos de corte, sobre los ejes y se hará la pregunta ¿es suficiente conocer los puntos de intersección con los ejes para conocer la gráfica?. Intenta hacer la gráfica de la función. El profesor rápidamente debe hacer caer en cuenta que no es suficiente, y mostrar un par de resultados diferentes dibujándolas en la herramienta interactiva. 2. **Encontrar la primera derivada de la función y encontrar en qué puntos su valor es 0, en que puntos su valor es menor, y en cuales mayor de 0** 3. **Encontrar los valores de $f(x)$ para los cuales $f'(x) = 0$** El docente y estudiantes encontrarán en la herramienta interactiva y material de estudiante los puntos críticos, y los intervalos en los cuales es mayor o menor, se recuerda a los estudiantes que la derivada representa el valor de la pendiente de la recta tangente. Se hará la pregunta **¿es suficiente conocer los puntos de críticos para conocer la gráfica?.** Intenta hacer la gráfica de la función. El profesor rápidamente debe hacer caer en cuenta que no es suficiente, y mostrar un par de resultados diferentes dibujándolas en la herramienta interactiva. Pero hacer énfasis en que esas graficas resultan más cercanas entre sí. 4. **Encontrar la segunda derivada de la función y encontrar en qué puntos su valor mayor o menor 0.** El docente y estudiantes encontrarán en la herramienta interactiva y material de estudiante los intervalos n los cuales es mayor o menor de 0, se hará la pregunta **¿qué nos pueden aportar estos valores a la construcción de la gráfica?**	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Luego aparecerán otros ejemplos en la herramienta interactiva, se sugiere que el profesor guie a los estudiantes por los pasos anteriores y socialice las respuestas: **Recurso interactivo de completar** donde aparecen los jóvenes y encuentran en una circular que aparece la función que define la hora y el número de personas que entran al parque y se preguntan **¿Cuál es el número máximo de personas que entraron en el día? ¿A qué hora?** Los estudiantes completan. Hay otro **recurso interactivo de completar** donde se encuentra la velocidad de los carros en la pista de karts, **¿en qué metros hay mayor velocidad? ¿en qué metros hay menor velocidad?**	
		Para finalizar esta actividad el recurso interactivo contiene representaciones algebraicas y graficas de funciones para relacionar. El docente recomienda la utilización de la primera derivada para encontrar máximos y mínimos. En el material del estudiante se plantean diferentes funciones para que los estudiantes realicen un bosquejo de las funciones.	
		Actividad 5: Método de Caratheodory (H/C 3.1, H/C 3.2, H/C 3.3, H/C 3.4, H/C 3.5) El docente muestra un recurso interactivo de rompecabezas, donde se encuentra la imagen de Caratheodory con su definición de derivada. **Se propone en la herramienta interactiva la tarea:** Investiga acerca del método de Caratheodory para calcular derivadas, consulta porqué el método de Caratheodory funciona en la obtención de derivadas.	**Recurso interactivo** **Material del estudiante**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Se sugiere dejar una sesión de clase como intervalo de tiempo para continuar.	
		Comenzar preguntando a los estudiantes de la dudas que surguieron en su lectura e investigación del método. Para hacer la explicación del tema se requiere que el docente ejemplifique el método con el ejercicio de $f(x) = x^3$ en el punto $x = 2$, los pasos están descritos en la herramienta interactiva y en el material del estudiante. Luego se pedirá a los estudiantes resolver por el método: $f(x) = x^2$ $f(x) = x^4$ El docente debe hacer una socialización sobre las respuestas de los estudiantes.	
		A final se pregunta **¿Por qué cree que el método funciona?** Se sugiere que este trabajo se haga en grupos de estudiantes y al final socializa con todos. El profesor puede escribir en la herramienta interactiva la conclusión.	
Resumen	**Resumen**	**Reconociendo** El docente presenta un recurso interactivo de relacionar donde se presentan los diferentes conceptos y su correspondiente: • Variación media • Definición de derivada • Derivada de una función identidad • Derivada de una función constante • Derivada de una constante por una función • Derivada de la suma o resta de funciones • Derivada del cociente de las funciones • Derivada de función logarítmica • Derivada de función exponencial • Derivadas de funciones trigonométricas	**Recurso interactivo** **Material del estudiante**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		Y en el material del estudiante una frase para completar para recordar cómo se calculan los valores máximos y mínimos de una función.	
Tarea	**Tarea**	Se proponen a los estudiantes encontrar derivadas de diferentes funciones y resolver estas dos situaciones para que realicen un bosquejo de las funciones y describan la situación teniendo en cuenta los valores máximos y mínimos. 1. Un rectángulo tiene un perímetro de 100m. ¿Qué dimensiones dan el área máxima? 2. En una noche lluviosa la temperatura fue $T(t) = t^2 - 9t + 8$ y t está entre 0 y 12. ¿Cuál fue la temperatura mínima de esa noche?	**Herramienta interactiva** **Material del estudiante**