

Materia
Matemáticas

Grado
7

Unidad de aprendizaje
Números enteros y racionales:
Inventos humanos para resolver problemas

Título del objeto de aprendizaje

Identificación de las operaciones con números enteros

Objetivos de aprendizaje

Identificación de las operaciones con números enteros

- ✓ Interpretar la adición de números enteros en la resolución de problemas aditivos.
- ✓ Interpretar la sustracción de números enteros en la resolución de problemas aditivos.
- ✓ Interpretar la multiplicación de números enteros en la resolución de problemas multiplicativos.
- ✓ Interpretar la división de números enteros en la resolución de problemas multiplicativos.
- ✓ Encontrar raíces y potencias de números enteros

Habilidad/ conocimiento

1. 1SCO: Reconoce la adición de números enteros.
 - 1.1. Identifica situaciones aditivas en contextos de números relativos.
 - 1.2. Identifica la suma de números enteros en la recta numérica.
 - 1.3. Resuelve sumas entre números enteros.
 - 1.4. Determina las propiedades de la adición entre números enteros.
 - 1.5. Resuelve problemas asociados a la suma de números enteros.
 - 1.6. Usa las propiedades de la suma de números enteros para realizar cálculo mental.
2. SCO: Reconocimiento de la sustracción de números enteros.
 - 2.1. Identifica la definición de resta en números enteros.
 - 2.2. Realiza sustracciones entre números enteros..
 - 2.3. Realiza supresión de signos de agrupación.
 - 2.4. Resuelve situaciones problema que involucran suma y resta de números enteros.



**Habilidad/
conocimiento**

3. SCO: Reconocimiento de la multiplicación de números enteros.
 - 3.1. Identifica la multiplicación entre dos números enteros positivos.
 - 3.2. Identifica la multiplicación entre un número positivo y uno negativo.
 - 3.3. Identificación de la multiplicación de dos números negativos a partir de extrapolación inductiva.
 - 3.4. Realiza multiplicaciones entre números enteros.
 - 3.5. Resuelve problemas relacionados con multiplicación de números enteros
4. SCO: Reconocimiento de la división de números enteros.
 - 4.1. Identifica la división de números enteros positivos.
 - 4.2. Identifica divisiones entre números enteros con diferente signo.
 - 4.3. Identifica la división de dos números enteros negativos a partir de extrapolación inductiva. Ordena números enteros.
 - 4.4. Realiza divisiones entre números enteros.
 - 4.5. Resuelve problemas relacionados con división de números enteros.
5. SCO: Reconoce la potenciación y radicación de números enteros.
 - 5.1. Encuentra potencias de números enteros.
 - 5.2. Determina las propiedades de la potenciación en números enteros.
 - 5.3. Relaciona los términos de la potenciación para determinar la radicación de números enteros.
 - 5.4. Determina la posibilidad de encontrar raíces de números enteros.
 - 5.5. Encuentra raíces impares de números enteros y raíces pares de números enteros positivos.
 - 5.6. Determina las propiedades de la radicación de números enteros.
 - 5.7. Resuelve problemas relacionados con potenciación y radicación de números enteros.

**Flujo de
aprendizaje**

- Actividad introductoria.
"La rueda de enteros"
 - Objetivos
-



Flujo de aprendizaje

- **Actividad 1.**
Adición de números enteros.
- **Actividad 2.**
Propiedades de la adición de números.
- **Actividad 3.**
Sustracción de números enteros.
- **Actividad 4.**
Multiplicación de números enteros.
- **Actividad 5.**
La división de números enteros.
- **Actividad 6.**
Potenciación y radicación de números enteros.
- **Actividad 7.**
Socialización.
- **Resumen.**
- **Tarea.**

Guía de valoración

Los estudiantes serán capaces de interpretar situaciones en las que sean útiles las operaciones con números enteros en la solución de problemas, poniendo a prueba la aplicación de las propiedades de las mismas y verificando la pertinencia y conveniencia en cuanto a su uso.



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p>  	<p>Introducción</p>	<p>Actividad introductoria: Juego interactivo “La rueda de enteros”</p> <p>Se dispone de un disco dividido en dos secciones, una interior y una exterior, divididas en 15 celdas iguales cada una, la interior enumerada en sentido opuesto al reloj, desde el 0 hasta el -14; la externa por el contrario, en el sentido de las manecillas del reloj del 0 al +14.</p> <p>Cada jugador (2 en total) cuenta con una ficha de color diferente que comienza movimientos en el número 0.</p> <p>Se debe contar con dos dados que al ser lanzados muestran en uno un signo + o – que indicarán hacia donde se hacen los movimientos, sentido de las manecillas o sentido inverso según sea el caso y otro convencional con los números del 1 al 6 que indicará cuántos pasos hay que dar luego de cada lanzamiento; el docente apoya la explicación con varios lanzamientos a manera de ejemplo para inducir a los estudiantes lo práctico del interactivo.</p> <p>El primer jugador lanza, los dados, hace su primer movimiento llevando la ficha sobre el aro de movimientos (aro azul en el tablero) hasta el lugar indicado por el dado numérico, tomando como referencia el cero y los números positivos o negativos según sea el signo del lanzamiento y recordando siempre el sentido de dicho movimiento, luego lanza el segundo jugador y hace lo mismo, si en algún momento una ficha regresa y pasa por el cero, se debe interpretar que se está haciendo cambio de celdas internas a externas (positivas a negativas) o viceversa.</p> <p>El Juego termina cuando uno de los jugadores hace un giro completo, en el sentido de la primera jugada o, cuando terminados 10 lanzamientos de cada jugador, se está lo más alejado del cero en cualquier sentido.</p> <p>Se pretende hacer notar a los estudiantes que las acciones de agregar (suma) o quitar (restar) se pueden definir como operaciones cuando se usa el conjunto de los números enteros y que a diferencia de lo que ocurre con los números naturales, en este nuevo conjunto será siempre posible; a partir de esta actividad introductoria, se motivará y orientará con el fin de descubrir propiedades y demás operaciones con números enteros.</p>	<p>Material del estudiante. Imagen “La rueda de enteros”</p>
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1. Adición de números enteros. (S/K. 1.1, 1.2, 1.3).</p> <p>Parte 1.</p> <p>Fredy un niño de 12 años está preocupado porque la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo en la cafetería de las escuela \$ 2.500, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le volviera a suceder.</p>	<p>Comic</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Fredy un niño de 12 años está preocupado porque la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo en la cafetería de las escuela \$ 2.500, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le volviera a suceder. En diálogo con su amiga Katy, le contó lo ocurrido y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa manera Fredy realiza una tabla de dos columnas:</p> <p>Se pide a los estudiantes que llenen la tabla que le muestra a Fredy lo que tiene y lo que debe.</p> <p>¿Qué signo se debe colocar a las cantidades de cada columna?</p> <p>Positivo a la columna de lo que tiene.</p> <p>Negativo a la columna de lo que se debe.</p> <p>¿Qué significado tienen los signos usados en las columnas de la tabla?</p> <ul style="list-style-type: none"> • La cantidad de la columna izquierda tiene signo más (+) porque representa lo que tiene Fredy o con los recursos que cuenta. • Las cantidades de la columna derecha llevan signo menos (-) porque representan sus deudas. <p>Estas cantidades ya estudiadas anteriormente son números relativos y al igual que otros, pueden servirnos para realizar operaciones y resolver situaciones.</p> <p>¿Cómo haces para saber cuánto debe Fredy en total?</p> <p>Se deben sumar sus deudas:</p> $(-2.500) + (-1.000) + (3.000) = -6.500$ <p>Debe en total \$6.500</p> <p>Contando con lo que le dieron a Fredy para la semana, después de pagar sus deudas, ¿con cuánto cuenta realmente para sus gastos?</p> $25.000 - 6.500 = 18.500$ <p>Situaciones como éstas son muy comunes, cuando queremos saber cuánto debemos en total al comprar varios artículos a crédito o cuando queremos saber cuánto tenemos después de pagar nuestras deudas.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Parte 2

Se plantea una situación por medio de una animación que ilustra la escena de un juego de futbol de un campeonato interligas, se propone la reutilización del recurso AN_M_G06_U01_L02_01_01.

Animación

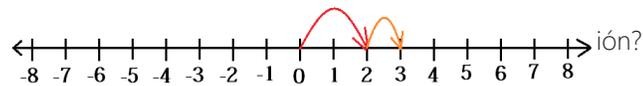
Al finalizar la animación se muestra la tabla



Se muestra al final una tabla que indica la forma como uno de los equipos afrontó la primera fase, al enfrentarse con 5 equipos diferentes.

La tabla indica que el primer partido, fue ganado por dos goles de diferencia y el segundo por uno de diferencia,

Se pide que respondan en su material:



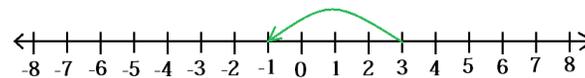
¿Cuántos goles a favor llevaba el equipo hasta ese momento y cómo lo calcularías matemáticamente?

$$2 + 1 = 3$$

El tercer encuentro fue una derrota para el equipo Atlético FC por 4 goles de diferencia en ese caso,

Material del estudiante

¿Cómo representarías en la recta numérica esta situación?



¿Cuál es operación que muestra la diferencia de goles que tendría el equipo ahora?

$$3 + (-4) = -1$$

El siguiente juego, desafortunadamente vuelve a perderlo por 3 goles de diferencia,

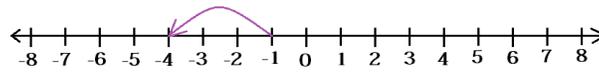
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

¿Qué mostraría la recta numérica ahora?

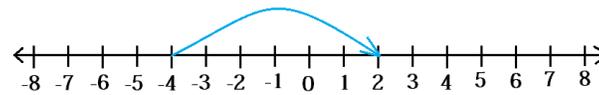


¿Cómo se mostraría matemáticamente?

$$-1 + (-3) = -4$$

Finalmente se repone con una victoria abultada por 6 goles a favor.

La recta numérica, ¿qué mostraría?:



¿Cuál es entonces la diferencia de goles total del equipo?

$$-4 + 6 = 2$$

¿Qué tienen en común las operaciones (I) y (III)?

Los sumandos tienen igual signo y el signo del resultado coincide con él.

¿Qué tienen en común las operaciones (II) y (IV)?

Los sumandos tienen diferente signo y el signo del resultado es el de la cantidad signada mayor.

El docente explica luego de socializar las respuestas dadas por los estudiantes que para sumar enteros hay que tomar en cuenta dos casos posibles.

- Suma de enteros de igual signo, como en los casos (I) y (III), para dar el resultado bastó sumar los valores absolutos de los sumandos y colocar el signo que llevaban los mismos; positivo en el caso que eran ambos positivos y negativos en el caso que ambos fueron negativos.
- Suma de enteros de diferente signo, como en los casos (II) y (IV), para dar el resultado toca restar los valores absolutos de los sumandos y se coloca el signo de la cantidad con mayor valor absoluto.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Parte 3.</p> <p>De acuerdo con lo explicado hasta el momento sobre la suma de números enteros y los casos que se pueden presentar en relación con los signos de los sumandos, se plantea por parte del docente la participación de los estudiantes en un juego interactivo “Desafío Suma de Enteros”, que consiste en una interfaz en la que aparezcan dos campos para números enteros aleatorios y el campo para ingresar la respuesta, los estudiantes en parejas irán resolviendo las sumas de números enteros aleatorios que presenta el desafío, cuyo recurso además contará con un contador de tiempo de tal forma que aquél que complete el mayor número de operaciones sin errores, en dos minutos será el ganador.</p> <p>Finalizada la actividad cada participante da un informe que muestre las operaciones correctas e incorrectas, y así pueda copiar sus resultados en el material del estudiante y evaluar las soluciones planteadas.</p> <p>Se retroalimenta el tema con el análisis de los resultados que los estudiantes socializan ante el resto de la clase.</p> <hr/> <p>Actividad 2. Propiedades de la adición de números enteros. (S/K. 1.3, 1.4, 1.5, 1.6).</p> <p>Parte 1.</p> <p>El docente plantea un juego interactivo “Completa la pirámide”, en el que los estudiantes en parejas deben colocar en los espacios en blanco, el resultado de la suma de enteros dados de acuerdo a como se indica en la regla que se adjunta.</p> <p>Se pide a los estudiantes que llenen en su material la pirámide mostrada, para ayudar un poco se propone que desarrollen las operaciones necesarias en una matriz.</p> <p>Terminado el ejercicio, el docente explora y refuerza los nombres de las propiedades de la suma en los naturales, para lo cual muestra en un recurso plano un mapa que recoge dicha información de manera que haciendo clic, van apareciendo simbólicamente los nombres, definición y ejemplo de aplicación a cada una de las propiedades.</p> <p>Luego se pide que respondan las preguntas que siguen tomando como base los resultados obtenidos en el recurso anterior.</p> <p>¿A qué conjunto numérico pertenecen los valores obtenidos como respuesta en la tabla?</p> <p>Al conjunto de los enteros (Z)</p>	<p>Juego interactivo “Desafío suma de enteros”</p> <p>Material del estudiante</p> <hr/> <p>Juego interactivo “Completa la pirámide”</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso interactivo “mapa de propiedades”</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

“La suma de un número entero con otro de ellos, es entonces siempre un número entero”.

Comparando esto con las definiciones de las propiedades de la adición de naturales vista anteriormente como prerrequisito, ¿se puede llamar a esta la propiedad?

Clausurativa para la adición de enteros

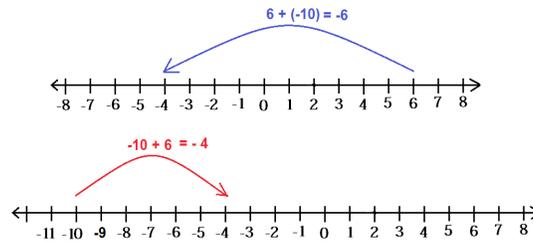
El docente apoya y concluye diciendo simbólicamente:

Sí $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $(a + b) \in \mathbb{Z}$

Propiedad clausurativa

Tomando como ejemplo una de las operaciones anteriores se pide que se invierta el orden de los sumandos y que se complete el resultado además de que haga las representaciones sobre la recta.

$6 + (-10) = -4$, luego $(-10) + 6 = -4$



El enunciado para esta propiedad sería:

El orden de los sumandos no altera el resultado

Comparando esto con las definiciones de las propiedades de la adición de naturales vista anteriormente como prerrequisito, ¿se puede llamar a esta la propiedad?

Conmutativa para la suma de enteros

El docente apoya y concluye diciendo

Propiedad conmutativa

Sí $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a + b = b + a$

Dada la suma: $(-10) + 3 + 5$, escriba dos formas diferentes de encontrar el resultado, como pista se deja en las columnas los paréntesis o signos necesarios para que se ingresen sólo las cantidades enteras:

Recurso interactivo

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

w	$[(-10) + 3] + 5$	$(-7) + 5 = -2$
	$(-10) + [3 + 5] =$	$(-10) + 8 = -2$

Esta propiedad de la suma de enteros, es conocida como Asociativa, e indica que:

No importa el orden en que se agrupen enteros para la suma, el resultado es el mismo.

El docente apoya y concluye diciendo:

Propiedad asociativa

Sí $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ y $c \in \mathbb{Z}$, entonces

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

¿Qué sucedió cuando en el ejercicio de la pirámide, uno de los sumandos fue cero?

La suma resultó equivalente al otro sumando

El docente explica que lo anterior define al número cero (0) como el elemento que no altera la suma por lo que se le puede llamar "elemento neutro" y concluye que:

Sí $a \in \mathbb{Z}$, existe $0 \in \mathbb{Z}$, tal que: $a + 0 = a$

Propiedad del elemento neutro

Parte 2.

El docente plantea una situación mediante un comic que muestra los diálogos entre Alejandro de 13 años y su papá, que viven en Canadá, para ser resuelta por los estudiantes en parejas usando

En su diálogo el papá le dice al niño: "si la temperatura es de -10°C y registra un aumento de 16° a las 3:00 de la tarde, ¿qué temperatura hará entonces?", y continúa "y luego si a las 8:00 de la noche se registra una disminución de 8° , ¿Qué temperatura hará?"

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
Hay una Temperatura inicial $T_i = -10$	Parte 1. $-10 + 16 = 6$	Parte 1. Solución: La temperatura a las 3:00 p.m. es de 6°C .
A las 3:00p.m. hay una variación $V_1 = 16$		

Comic

Material del estudiante

Interactivo solución del problema de la Parte 2.



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
A las 8:00 p.m. hay una variación negativa $V_2 = - 8$	Parte 2. $-10 + 16 + (-8) = 6 + (-8) = -2$	Parte 2. Solución: La temperatura a las 8:00 p.m. es de -2°C

Finalizado y socializadas las respuestas de los estudiantes, se presenta un interactivo con la solución del problema planteado.

Parte 3.

Usando el recurso expuesto en la parte introductoria, se reúne a los estudiantes en grupos de dos para jugar de la siguiente manera.

Cada jugador comenzará desde el cero, lanzará los dados en su turno dos veces consecutivas y debe anotar los valores que estos muestren, recordando que estos pueden ser positivos o negativos.

Luego sólo mirando los valores obtenidos debe predecir la ubicación en que quedará la ficha y decirla verbalmente, si esta es acertada la ficha tomará dicha ubicación y continúa el siguiente jugador, de lo contrario continúa en la misma y cede el turno. Ganará el juego el jugador que hace un giro completo, en el sentido de la primera jugada o, cuando terminados diez (10) turnos de cada jugador, se está lo más alejado del cero en cualquier sentido.

Se espera que los estudiantes sean capaces de realizar los cálculos mentalmente, aplicando las propiedades para la adición explicadas en la Parte 1 de la Actividad 2.

Se debe garantizar que cada jugador anote los valores de cada lanzamiento en su turno, para ello se dispone de la tabla en el material del estudiante.

Finalizado el juego se pide a cada jugador que escriba en su material las operaciones que debió ir realizando, diciendo qué propiedad consideró oportuna en su momento.

Siguiendo la mecánica, los estudiantes desde su grupo deberán compartir sus respuestas y tomando en cuenta la aleatoriedad de las mismas, podrán asociar a su trabajo todas las propiedades tratadas.

Material del estudiante Imagen "La rueda de enteros"

Material del estudiante

Actividad 3.
Sustracción de números enteros.
(S/K. 2.1, 2.2, 2.3, 2.4).

Parte 1.

Tomando como base el mismo comic de la actividad 2 Parte 2, se dispone de una imagen en la que Alejandro dice a su papá "la temperatura máxima de ayer fue 8°C y la mínima de -3°C ", y continúa " la mínima de hoy -3°C y se espera una máxima de 5°C ", luego se pregunta a los estudiantes para que ingresen su resultado en el recurso llamado "variación de temperatura":

Comic + Recurso interactivo "Variación de temperatura"



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



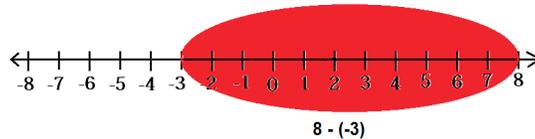
El docente presenta el tema

¿Qué operación se debe plantear para saber la variación de temperatura?

Resta o diferencia

Coloca, observando la representación en la recta de cada variación el resultado correcto

AYER

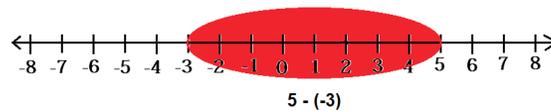


El resultado de la variación de temperatura es:

Temperatura máxima – Temperatura mínima

$$8 - (-3) = 11$$

HOY



El resultado de la variación de temperatura es:

Temperatura máxima – Temperatura mínima

$$5 - (-3) = 8$$

El docente explica mediante un recurso interactivo, la manea cómo la sustracción o resta de enteros se relaciona con la suma, a partir de la definición.

Si a y $b \in \mathbb{Z}$, $(a - b)$ es la sustracción de “ a ” (minuendo), menos “ b ” (sustraendo), la cual es equivalente a la suma del minuendo con el opuesto aditivo del sustraendo así: $a - b = a + (-b)$

De acuerdo a la definición se pide a los estudiantes que completen una tabla de operaciones con la información pertinente digitando la cantidad o expresión que haga falta en cada espacio en blanco, se deberá colocar un botón de verificación para cada fila.

Se solicita a los estudiantes que reproduzcan sus resultados en su material.

Recurso interactivo

Material del estudiante.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Parte 2.</p> <p>El docente presenta un recurso interactivo, en el que explica que en ocasiones los signos de agrupación se deben hacer presentes para indicar el orden en que es necesario resolver las operaciones, o para diferenciar el signo de la operación del signo de la cantidad entera con la que se está operando.</p> <p>Se recuerda que los signos más utilizados entre otros son:</p> <p>Paréntesis.....()</p> <p>Corchetes.....[]</p> <p>Llaves.....{ }</p> <p>Para usarlos se indica que éstos pueden suprimirse o eliminarse sólo bajo las siguientes condiciones:</p> <p>Si se encuentran precedidos de signo positivo, se suprimen, conservándose el signo de la cantidad en su interior.</p> <p>Ejemplo.</p> $15 + (5 - 9) = 15 + (5 + (-9))$ $= 15 + (- 4)$ $= 15 - 4$ $= 11$ <p>Si se encuentran precedidos de signo negativo, para suprimirse hay que cambiar el signo de las cantidades que se encuentran en su interior puesto que debería interpretarse como la solicitud del opuesto de dichas cantidades.</p> <p>Ejemplo.</p> $-45 - (9) = - 45 - 9$ $= - 45 + (-9)$ $= - 54$ <p>De otro lado se explica que para hacer operaciones sucesivas con enteros (sumas y restas) se suma si las cantidades tienen igual signo y se coloca al resultado el mismo signo de dichas cantidades pero si las cantidades son de diferente signo, se restan y el resultado lleva el signo de la cantidad con mayor valor absoluto.</p>	<p>Recurso interactivo</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Luego de la aclaración se reúne a los estudiantes en grupos de 4 y se explica el juego interactivo "Arrastra y completa" que consiste en que se arrastren las cantidades que hacen falta de la manera que hagan corresponder la operación planteada con su resultado, el estudiante decidirá cuál o cuáles cantidades necesita deslizándolas o escogiéndolas de un repositorio. Las operaciones mostradas tendrán un ligero incremento en el grado de dificultad que permitirá desarrollar la habilidad del estudiante en la solución de cada una de ellas.</p> <p>La interfaz debe mostrar una por una las expresiones de la primera columna con los espacios reservados para que los estudiantes arrastren las cantidades que completan y que provienen del repositorio en caso que la cantidad colocada no complete la operación en cada fila habrá un botón de validación que regresa las cantidades al repositorio si hay error o valida si es correcto.</p> <p>Se pide a los estudiantes que al completar cada una de las operaciones, las anote en el material del estudiante con el proceso que corresponde para su solución.</p> <p>Parte 3.</p> <p>El docente plantea situaciones problemas mediante animaciones que indican la necesidad de realizar operaciones sucesivas entre sumas y restas, además del uso de signos de agrupación.</p> <p>Sandro un joven de 12 años acompaña a su mamá que es comerciante a hacer unas diligencias, primero llegan al Banco, donde retiran \$100.000 de la cuenta de ahorros, luego pasan por casa de una cliente quien les cancela productos por \$45.000, después pasan a hacer mercado gastando \$25.000 además del pago de los servicios públicos por \$18.000, cuando al pasar por la casa de Federico les cancela \$15.000 de una deuda del mes anterior y al llegar a casa de vuelta se dan cuenta que en total en transporte gastaron \$12.000. Determine</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuánto dinero recibió la mamá de Sandro en todo el día? 2. ¿Qué cantidad de dinero debió cancelar en total? 3. ¿Cuánto dinero le quedó? <p>Se solicita a los estudiantes que respondan según el esquema de solución ya conocido en su material:</p>	<p>Juego interactivo "Arrastra y completa"</p> <p>Animación</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
Cantidades que reciben (enteros positivos) 100.000 45.000 15.000	Pregunta N° 1 $100.000 + 45.000 + 15.000 = 160.000$	El total la mamá de Sandro recibió \$160.000 de los que pagó \$55.000, quedándole por todo \$105.000
	Pregunta N° 2 $(-25.000) + (-18.000) + (-12.000) = -55.000$	
Cantidades que gastan (enteros negativos) -25.000 -18.000 -12.000	Pregunta N° 3 $160.000 + (-55.000) = 105.000$	

Recurso interactivo

Finalmente se socializa la solución y valida con el recurso interactivo.

Actividad 4.
Multiplicación de números enteros.
 (S/K. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.4).

Recurso interactivo

Parte 1.

Con una tabla interactiva, se solicita a los estudiantes que descubran las posibles combinaciones que se pueden presentar al multiplicar enteros.

La tabla de 3x3 debe llevar los signos + y menos, además del signo x intermedio, para que los estudiantes arrastren hasta cada casilla que corresponda la combinación adecuada.

x	+	-	Combinaciones	
+			+ x +	+ x -
-			- x -	- x +

Recurso interactivo

Se presenta una animación en la que el docente se apoya para explicar cómo multiplicar dos números enteros siendo éstos de igual signo o de signo contrario.

Un narrador va detallando que para hacer la multiplicación basta sacar los valores absolutos de los factores, multiplicarlos y el producto llevará el signo positivo si los factores son de igual signo o negativo si los factores tenían diferente signo concluyendo.

Animación

La multiplicación de números enteros es:

Positiva si los factores son de igual signo

$(+) \cdot (+) = +$ $(-)\cdot(-) = +$



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

La multiplicación de números enteros es:
 Negativa si los factores son de diferente signo
 $(+) \cdot (-) = -$ $(-)\cdot(+)= -$

Seguido se anima con un pequeño ejercicio (a manera de competencia) en el que los estudiantes desde sus puestos completan diciendo el signo que se produce al presentar combinaciones aleatorias entre el producto de signos.

Este recurso pone a prueba la agilidad y correspondencia de lo planteado en la animación anterior.

Se pide a los estudiantes que anoten los resultados de cada una de las combinaciones que el docente muestra en el recurso interactivo:

Luego el docente puntualiza el proceso de la multiplicación de enteros, planteando a los estudiantes una serie de ejercicios que deben resolver en su material.

Parte 2.

El docente plantea la realización de la actividad interactiva, haciendo las anotaciones también en su material, se solicita a los estudiantes que escriban el resultado de cada una de las operaciones indicadas y que escriba cuál es la condición que se cumple y la propiedad asociada a esta condición, (se ayuda recordando los nombres de las propiedades de la suma).

Situación 1

8	x	-5	=	-40
-5	x	8	=	-40

Condición: El orden en que se escriben los factores, no altera el producto.

Propiedad asociada a esta condición: Conmutativa.

Situación 2

-54	x	1	=	-54
1	x	-54	=	-54

Condición: Al multiplicar cualquier entero con el número entero uno (1), se obtiene como producto el mismo número.

Juego Interactivo

Material del estudiante.

Recurso interactivo + Material del estudiante



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Propiedad asociada a esta condición: Modulativa o elemento neutro para la multiplicación.

Situación 3

(8	x	2)	x	10	=	160
8	x	(2	x	10)	=	160

Condición: Al multiplicar más de dos factores, no importa el orden en que éstos se asocien, el producto será el mismo.

Propiedad asociada a esta condición: Asociativa.

Se pide ahora a los estudiantes que observen y coloquen el resultado del desarrollo de la siguiente operación y que comenten sobre lo que ocurre.

-4	x	(5	+	-1)	=			
		-4	x	4	=	-16		
(-4	x	5)	+	(-4	x	1)	=	
				-20	+	4	=	-16

Material del estudiante

Luego de socializar la respuesta de los estudiantes, el docente explica que multiplicar un factor con el resultado de la suma de dos enteros resulta equivalente a distribuir el factor con los sumandos y así obtener el mismo resultado, se escribe simbólicamente así:

Si a, b y c ∈ Z, entonces:

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Conocida como propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma

Parte 3.

Animación

Se reúne a los estudiantes en grupo de tres y se les muestra una animación, exponiéndose la situación problema siguiente.

El señor David trata de reparar un tanque que se está llenando con un grifo que hace que ingresen 6 litros por cada minuto pero presenta un agujero por donde se están escapando 2 litros de agua por cada minuto que pasa. A las 3:00 de la tarde cuando llega el señor al fin su tarea hay 150 litros de agua en el tanque, pero 15 minutos más tarde, justo cuando logra arreglar el daño, cierra el grifo y quiere saber cuántos litros quedan en el tanque. ¿Puedes decir a David qué operaciones realizar para responder su pregunta?

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

En un recurso muestra una serie de opciones que el estudiante debe escoger y arrastrar para soltar en el espacio designado, referidas a los pasos que se deben seguir para la solución de la situación planteada en la animación, validándose la respuesta con una notificación sonora si es correcto o incorrecto, con las siguientes preguntas:

¿Las cantidades que representan el número de litros que ingresan y salen por cada minuto respectivamente son?:

Para saber cuántos litros de agua entraron y salieron del tanque durante los 15 minutos que demoró la reparación, ¿se puede plantear la operación?:

¿La operación que permite a David saber el total de litros de agua que hay en el tanque al terminar la reparación sería?:

Luego se pide a los estudiantes que en su material anoten el desarrollo de la solución al problema de David, ayudándose por las fases del recurso anteriores.

Recurso interactivo.

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
Litros de agua que ingresan por minuto: +6	Litros de agua que ingresan en total: $(+6 \times 15)$	Litros de agua al finalizar el arreglo: $150 + (+6 \times 15) + (-2 \times 15) =$
Litros de agua que salen por minuto: -2		$150 + 90 + (-30) =$ 210.
Tiempo que pasó: 15 min	Litros de agua que salen en total: (-2×15)	En el tanque quedan 210 litros de agua cuando David termina la reparación.
Litros de agua que hay a al inicio: 150 litros		

Material del estudiante

Se socializa con los estudiantes la solución planteada.

Actividad 5.
La división de números enteros.
(S/K. 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5).

Animación

Parte 1.

El docente presenta una animación en la que explica cómo se procede con la división de dos números enteros siendo éstos de igual signo o de signo contrario, haciendo especial énfasis en que para poder efectuarla, el dividendo, debe ser divisible por el divisor.



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Un narrador va detallando que para hacer la división, basta sacar los valores absolutos del dividendo y del divisor, se efectúa la división correspondiente y el cociente llevará el signo positivo si dividendo y divisor son de igual signo o negativo si tenían diferente signo, concluyendo.

La división de números enteros es:

Positiva si dividendo y divisor son de igual signo

$$(+)\div(+)=+ \quad (-)\div(-)=+$$

La división de números enteros es:

Negativa si dividendo y divisor son de diferente signo

$$(+)\div(-)=- \quad (-)\div(+)= -$$

Luego se plantea una actividad interactiva en la que se pide a los estudiantes que resuelvan las divisiones entre los números enteros dados, diciendo inicialmente si es o no calculable según criterios de divisibilidad (para lo cual el docente hace una aclaración pequeña de los criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6 y 10; en una tabla anexa).

Recurso interactivo

Recuerda que:

DIVISIBILIDAD POR	2	Si el número termina en 0, 2, 4, 6 o en 8
	3	Si la suma de las cifras del número es múltiplo de 3
	4	Si las dos últimas cifras son cero o forman un múltiplo de 4
	5	Si el número termina en 0 o en 5
	6	Si el número es divisible por 2 y 3 al mismo tiempo
	10	Si el número termina en 0

La interfaz del recurso debe llevar al estudiante a interactuar con cantidades de diferente signo, con los cuales también se generará el requerimiento de que se conteste cuál es el signo que corresponde al cociente calculado y finalmente colocar el valor definitivo del cálculo realizado si es este posible.

Material del estudiante

Al culminar se debe generar un informe que indique el porcentaje de aciertos y desaciertos se consiguieron y se pide a los estudiantes que reproduzcan el ejercicio del recurso en su material, realizando las operaciones indicadas en la tabla siguiente.

Resuelve las operaciones de la tabla y comparte con tus compañeros los resultados obtenidos.



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Operación	Es posible en los enteros	Ley de signos empleada	Solución
$(-45) \div (-9)$	Si	$- \div - = +$	5
$18 \div 5$	No	$+ \div + = +$	¿?
$36 \div (-12)$	Si	$+ \div - = -$	- 3
$-150 \div 10$	Si	$- \div + = -$	- 15
$530 \div (-30)$	No	$+ \div - = -$	¿?
$96 \div 1$	Si	$+ \div + = +$	96
$(-80) \div (-8)$	Si	$- \div - = +$	10
$78 \div 13$	No	$+ \div + = +$	¿?
$145 \div (-5)$	Si	$+ \div - = -$	- 29
$-800 \div 100$	Si	$- \div + = -$	- 80
$7500 \div (-3)$	Si	$+ \div - = -$	- 250

Recurso interactivo

El recurso debe mostrar menú desplegable con las opciones de cada columna.

Parte 2.

Mostrando con un comic cada situación siguiente, el docente pide a los estudiantes reunidos en grupos de 4 que planteen con el recurso interactivo adjunto en cada caso la operación definitiva y necesaria para resolver el problema o situación, escogiendo de una lista la opción que consideran correcta, teniendo posteriormente la posibilidad de comprobar la respuesta dada. El estudiante debe ir anotando en su material las respuestas que decide tomar en cada caso.

Cómic + Recurso interactivo

Situación 1:

La portada de un periódico tiene un área total de 2800 cm² y se reservan espacios de igual tamaño según el número de noticias, si se van a publicar 7 noticias, ¿qué área le corresponde a cada una?.

Cómic + Recurso interactivo

Situación 2.

Lina, María y Vilma se unen para adquirir una pieza de tela de 6 metros con la que harán sus uniformes, entre las tres tienen \$30.000 y la cantidad de tela requerida vale \$78.000, ellas deciden pedir un crédito por lo que les hace falta y llevan la tela. Si van a pagar por igual la deuda, ¿cuál es la deuda de cada una?

Cómic + Recurso interactivo



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Situación 3.</p> <p>Un tanque de 1000 litros se llenará usando tres llaves abiertas simultáneamente la primera de ellas aporta 45 litros cada 5 minutos, la segunda 40 litros cada 4 minutos y la tercera 48 litros cada 8 minutos. Si en el fondo del tanque hay un agujero que deja salir el líquido a razón de 50 litros cada 10 minutos que pasa. Diga ¿Cuál es?:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La cantidad de litros que se llenan en un minuto con la primera llave. • La cantidad de litros que se llenan en un minuto con la segunda llave. • La cantidad de litros que se llenan en un minuto con la tercera llave. • La cantidad de litros que se escapan por el agujero en un minuto • ¿Cuántos minutos serán necesarios para llenar el tanque por completo? <p>Finalizada la parte interactiva y socializada las respuestas de cada grupo, se le da tiempo para que en el lugar indicado a cada situación sobre el material del estudiante, se escriba lo que sería el análisis y desarrollo de cada una hasta dar con la respuesta correspondiente.</p>	<p>Material del estudiante</p> <p>Recurso interactivo.</p>
		<p>Actividad 6. Potenciación y radicación de números enteros. (S/K. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7).</p> <p>Parte 1.</p> <p>Con un recurso interactivo, el docente recuerda a los estudiantes la existencia de una operación con la que una multiplicación de factores iguales se puede escribir como una nueva operación conocida como potenciación, de manera que se va induciendo los elementos de la misma haciendo preguntas sobre los mismos, así ¿Recuerdas cómo se le llama a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El número o factor que se repite.-R/ base • El número de veces que se repite dicho factor.-R/ Exponente • El resultado de la operación.-R/ Potencia 	<p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Luego el docente explica que al tratarse con los números enteros sucede de igual manera y continúa con un recurso interactivo que muestre ahora la notación de una potencia de base entera Z y exponente entera positiva Z^+ de manera que al hacer clic, se despliegue la multiplicación correspondiente y que los estudiantes completarán con el resultado en su material; la idea es que los estudiantes se familiaricen con la notación y los elementos de potencias enteras y que al mismo tiempo, procesen los resultados correspondientes para deducir algunas particularidades.</p> <p>Los valores deben ser aleatorios, de manera que se puedan completar de 10 a 12 situaciones similares.</p> <p>El estudiante anota en su material los ejercicios que resultan con la aplicación del recurso interactivo:</p> <p>Se solicita luego a los estudiantes que con sus anotaciones, deduzcan conclusiones de acuerdo a los interrogantes siguientes:</p> <p>¿Qué ocurre con las potencias que resultan si la base es entera positiva o negativa y el exponente par?</p> <p>Para este caso el resultado da positivo puesto que hay un número par de factores iguales.</p> <p>¿Qué ocurre con las potencias que resultan si la base es un entero negativo y el exponente impar?</p> <p>Para este caso el resultado da negativo puesto que hay un número impar de factores iguales y al aplicar la ley de signos para la multiplicación, el producto daría negativo.</p> <p>¿Qué ocurre con las potencias si la base es un número entero positivo y el exponente par o impar?</p> <p>En este caso el resultado siempre será positivo, pues en factor que se repite es positivo.</p> <p>El docente luego de socializar con los estudiantes las respuestas a los interrogantes, puntualiza en las definiciones afirmando de manera simbólica:</p> <p>Toda potencia de base $a \in Z$ y exponente $n \in N$, es un número entero que proviene del producto de factores iguales así:</p> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n \text{ veces})}$ <p>Y sobre el signo de las potencias, se ratifica diciendo que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Toda potencia de base positiva o negativa y exponente par es positiva. • Toda potencia de base negativa y exponente impar es negativa. 	<p>Material del estudiante</p> <p>Recurso interactivo</p> <p>Recurso interactivo</p> <p>Recurso interactivo</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

CASO 1.

Sí el índice es par y el radicando es positivo, existen dos raíces posibles una positiva y una negativa, por lo que se dice que la operación es de raíces pares.

CASO 2.

Sí el índice es impar y el radicando es positivo o negativo, existe una sola raíz de igual signo que el radicando por lo que se dice que la operación es de raíz impar.

CASO 3.

Si el índice es par y el radicando negativo, no hay respuesta en el conjunto de los números

Se le pide luego a los estudiantes que determinen la raíz de cada expresión del recurso siguiente, como una tabla con las respuestas desplegadas en cada casilla como menú desplegable de opciones, para luego de validar en el recurso, pasar sus anotaciones al material del estudiante.

Se socializan las respuestas con el resto de la clase.

Luego el docente explica las propiedades aplicadas a la radicación de enteros, mediante una tabla dinámica, que va mostrando al ir haciendo clic en cada celda correspondiente la aplicación y un ejemplo, se explica la simbología empleada como una generalización de la operación así:

Léase la expresión $\sqrt[n]{a}$. Como raíz n-ésima de "a"

Ahora el docente plantea una serie de situaciones problema mediante imágenes o cómics para que los estudiantes las resuelvan usando la potenciación y la radicación de números enteros antes explicadas.

Situación 1.

Un pedido para un almacén de dulces trae 12 cajas cada una con 12 paquetes y cada paquete con 12 sobres de galletas, ¿en total cuántos paquetes de galletas trae el pedido?

Tabla dinámica "Las propiedades de la radicación"

Imagen o Cómic

Material del estudiante

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
12 cajas con 12 paquetes cada uno y 12 sobres cada paquete	Se puede plantear la operación: $12 \cdot 12 \cdot 12$ o de manera abreviada $12^3 = 1728$	El pedido cuenta en total con 1728 paquetes de galletas.

Imagen o Cómic



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Situación 2.

Un conjunto residencial costa de 3 edificios y cada uno tiene 3 pisos que a su vez tienen 3 apartamentos, ¿si en cada apartamento viven 3 personas, cuántas personas hay en el conjunto?

Material del estudiante

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
Hay 3 edificios, con 3 pisos y 3 apartamentos por piso en los que hay 3 personas	Se puede plantear la operación: 3.3.3.3 o de manera abreviada $34 = 81$	En el conjunto hay 81 personas en total

Imagen o Cómic

Situación 3.

Se va a distribuir a los 256 estudiantes de una institución en una formación cuadrada, sin que sobre ninguno de ellos, ¿cuántos estudiantes deben formar cada lado del cuadrado?

Material del estudiante.

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
256 estudiantes en total. Formación cuadrada, o sea lados de igual número de estudiantes. Con $n = \#$ de estudiantes 	$n \times n = 256$ $n^2 = 256$ entonces $n = \sqrt{256}$ Se plantea la raíz cuadrada de la cantidad total de estudiantes. $\sqrt{256} = 16$	Cada lado del cuadrado llevará 16 estudiantes exactamente.

Imagen o Cómic

Situación 3.

Un terreno cuadrado mide 729 m² de superficie y se quiere cubrir con una línea de alambre a su alrededor que cuesta \$250 por metro, ¿cuánto costará cerrar el terreno completo?

Material del estudiante.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El estudiante trabaja en sus tareas</p> <p>Socialización</p>	<p>Actividad 7. Socialización.</p> <p>El docente pide a los estudiantes que en parejas, elaboren en su material un mapa conceptual que ayude a explicar las principales características del conjunto de los números enteros, las operaciones que este conjunto reconoce y sus propiedades, finalizada la actividad se socializa con los estudiantes sus trabajos y se empleando un mapa conceptual interactivo como apoyo que va mostrando cada una de sus partes al hacer clic sobre cada idea principal, de tal manera que con la participación activa de los estudiantes se vaya concretando la idea conceptual sobre dicho conjunto.</p>	<p>Material del estudiante</p> <p>Recurso interactivo "Mapa conceptual dinámico"</p>
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>El docente propone la realización de una prueba interactiva como soporte de las actividades desarrolladas.</p> <ol style="list-style-type: none"> Responda verdadero (V) o falso (F) según sea el caso. <ul style="list-style-type: none"> Las resta de números enteros se puede expresar en forma de una suma. (V) La división de números enteros cumple la propiedad conmutativa. (F) El producto de enteros negativos es positivo. (V) La raíz cuadrada de un entero negativo no existe en los enteros. (V) La expresión $(a + b)^n$ con a y b enteros se puede calcular haciendo $a^n + b^n$. (F) <p>Escoge la respuesta correcta.</p> <ol style="list-style-type: none"> La expresión $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ se puede escribir abreviadamente como: <ol style="list-style-type: none"> 3^6 3×6 6^3 ${}^6\sqrt{3}$ El resultado de la expresión: $[(5 + (-4)) \times (-6 - (-3))]$ es: <ol style="list-style-type: none"> 27 3 -3 18 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Resumen



Resumen

RESPONDE 4 Y 5 SEGÚN LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Un estudiante de gado 7° compró 10 cajas de lapiceros por \$3000 cada una, cada caja trae 10 lapiceros y a cada lapicero le gana 10 pesos cuando los vende.

4. La expresión que representa la cantidad de lapiceros que tiene el muchacho para la venta es:
 - a. $10+10+10$
 - b. $10 \times 10 \times 10$
 - c. 10×2
 - d. 10^2
5. La ganancia total al vender los lapiceros es:
 - a. \$1000
 - b. \$100
 - c. \$10
 - d. \$10000
6. La expresión $\sqrt[3]{^2\sqrt{(-3)+19}} \times [20-16]$ es igual a:
 - a. $^6\sqrt{8}$
 - b. -2
 - c. 2
 - d. 16
7. Une los elementos de la columna de la izquierda con los que corresponda de la derecha.

1. (+) x (-) es	(8) 0.
2. Raíz par.	(3) -
3. (-) x (-) es	(7) $3 \times 6 = 6 \times 3$
4. $(4 - 12)^2$	(2) $^2\sqrt{9}$
5. $^3\sqrt{27}$	(1) +
6. $(-3).(-3).(-3)$ es	(4) 64
7. Propiedad conmutativa	(5) 3
8. Es elemento neutro de la suma en Z	(6) -27.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>Se asigna tarea a los estudiantes, tomando como base las actividades realizadas en el desarrollo de la clase, para que resuelvan en su material, la cual será revisada en la siguiente clase.</p>	<p>Tarea en casa (Material del estudiante)</p>

