

| | | |
|---|-------------------|---|
| Materia Matemáticas | Grado 8 | Unidad de aprendizaje Comunica información por medio de expresiones algebraicas |
| Título del objeto de aprendizaje | | Construcción de expresiones algebraicas equivalentes al hallar áreas o volúmenes |

Objetivos de aprendizaje

Identificar la posibilidad de expresar el área o volumen de figuras con expresiones algebraicas equivalentes

- Reconocer algunos casos de factorización a partir de la medición del área de cuadrados conformados por rectángulos de menor área.
- Reconocer algunos casos de factorización a partir de la medición del área de rectángulos conformados por rectángulos de menor área.
- Reconocer algunos casos de factorización a partir de la medición del área de rectángulos conformados por rectángulos que tienen un lado en común.
- Reconocer algunos casos de factorización a partir de la medición del volumen de cubos con expresiones algebraicas equivalentes.

Habilidad/ conocimiento

SCO 1. Expresa áreas de cuadrados por medio de expresiones algebraicas equivalentes.

- 1.1 Construye un cuadrado con dos cuadrados de área a^2 , b^2 y dos rectángulos de área ab .
- 1.2 Determina el área de un cuadrado construido con dos cuadrados de área a^2 , b^2 y dos rectángulos de área ab , sumando áreas parciales.
- 1.3 Determina el área de un cuadrado construido con dos cuadrados de área a^2 , b^2 y dos rectángulos de área ab , por medio del producto de la base por la altura.
- 1.4 Identifica la equivalencia entre la expresión que representa el área con sumas parciales y con factores de la longitud de sus lados.
- 1.5 Desarrolla el cuadrado de la suma de dos cantidades por medio de multiplicación de expresiones algebraicas.
- 1.6 Infiere la equivalencia entre el cuadrado de la suma de dos cantidades y la suma de varios términos que expresan áreas parciales.
- 1.7 Crea estrategias para encontrar por simple inspección el cuadrado de la suma de dos cantidades.
- 1.8 Representa geoméricamente, en un plano, rectángulos que evidencian el cuadrado de la diferencia de dos cantidades.
- 1.9 Determina el área del cuadrado de la diferencia de dos cantidades, sumando o restando áreas parciales.
- 1.10 Determina el área de un cuadrado de la diferencia de dos cantidades, por medio del producto de la longitud de la base por altura.
- 1.11 Desarrolla el cuadrado de la diferencia de dos cantidades por medio de multiplicación de expresiones algebraicas.
- 1.12 Infiere la equivalencia entre el cuadrado de la diferencia de dos cantidades y la suma o resta de varios términos que expresan áreas parciales.
- 1.13 Crea estrategias para encontrar por simple inspección el cuadrado de la diferencia de dos cantidades.
- 1.14 Representa gráficamente el producto de la suma y diferencia de dos cantidades, restando áreas.

| Materia Matemáticas | Grado 8 | Unidad de aprendizaje Comunica información por medio de expresiones algebraicas |
|--|-------------------|---|
| Título del objeto de aprendizaje Construcción de expresiones algebraicas equivalentes al hallar áreas o volúmenes | | |

1.15 Construye un cuadrado ubicado en el plano de área **$((a+b) \cdot (a-b))$**

1.16 Determina el área del cuadrado que representa el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, sumando áreas parciales.

1.17 Determina el área del cuadrado que representa el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, multiplicando base por altura.

1.18 Infiere la equivalencia entre producto de la suma y la diferencia de dos cantidades y la suma o resta de varios términos que expresan áreas parciales.

1.19 Crea estrategias para encontrar por simple inspección la suma por la diferencia de dos cantidades.

1.20 Crea estrategias para encontrar por simple inspección la expresión algebraica de dos factores equivalentes a la diferencia de los cuadrados de dos cantidades.

1.21 Interpreta situaciones problema de áreas reconociendo la equivalencia entre expresiones que representan el área por medio de un producto o una suma de cantidades.

SCO 2. Expresa áreas de rectángulos por medio de expresiones algebraicas equivalentes donde intervienen trinomios.

2.1 Construye un rectángulo con un cuadrado de lado x , y tres rectángulos de área ax , bx , y ab

2.2 Descompone un rectángulo de área **$((x+a) \cdot (x+b))$** en rectángulos y cuadrados.

2.3 Determina el área del rectángulo que representa el producto **$((x+a) \cdot (x+b))$** , sumando áreas parciales.

2.4 Determina el área del rectángulo que representa el producto $((x+a) \cdot (x+b))$, multiplicando base por altura.

2.5 Desarrolla el producto de **$((x+a) \cdot (x+b))$** por medio de multiplicaciones de expresiones algebraicas.

2.6 Infiere la equivalencia entre el producto de **$((x+a) \cdot (x+b))$** y la suma de tres términos que expresan áreas parciales.

2.7 Crea estrategias para encontrar por simple inspección el producto **$((x+a) \cdot (x+b))$** .

2.8 Crea estrategias para encontrar por simple inspección la expresión algebraica de dos factores equivalente a **$x^2 + (a+b)x + ab$**

2.9 Construye un rectángulo en el plano cartesiano con un cuadrado de lado x , y tres rectángulos de área ax , $-bx$, y $-ab$,

2.10 Descompone un rectángulo de área **$(x+a) \cdot (x-b)$** en rectángulos y cuadrados.

2.11 Determina el área del rectángulo que representa el producto **$(x+a) \cdot (x-b)$** , sumando o restando áreas parciales.

2.12 Determina el área del rectángulo que representa el producto **$((x+a) \cdot (x-b))$** , multiplicando base por altura.

| Materia Matemáticas | Grado 8 | Unidad de aprendizaje Comunica información por medio de expresiones algebraicas |
|--|-------------------|---|
| Título del objeto de aprendizaje Construcción de expresiones algebraicas equivalentes al hallar áreas o volúmenes | | |

2.13 Desarrolla el producto de $((x+a) \cdot (x-b))$ por medio de multiplicaciones de expresiones algebraicas.

2.14 Infiere la equivalencia entre el producto de $((x+a) \cdot (x-b))$ y la suma de tres términos que expresan áreas parciales.

2.15 Crea estrategias para encontrar por simple inspección el producto $((x+a) \cdot (x-b))$.

2.16 Crea estrategias para encontrar por simple inspección la expresión algebraica de dos factores equivalentes a $x^2 + (a-b)x - ab$

2.17 Construye un rectángulo en el plano cartesiano con varios cuadrados de lado x , rectángulos de área bx , y cuadrados de lado 1.

2.18 Descompone un rectángulo de área $((x+a) \cdot (ax+b))$ en rectángulos y cuadrados.

2.19 Determina el área del rectángulo que representa el producto $(x+a) \cdot (ax+b)$, sumando o restando áreas parciales.

2.20 Determina el área del rectángulo que representa el producto $((x+a) \cdot (ax+b))$, multiplicando base por altura.

2.21 Desarrolla el producto de $((x+a) \cdot (ax+b))$ por medio de multiplicaciones de expresiones algebraicas.

2.22 Infiere la equivalencia entre el producto de $((x+a) \cdot (ax+b))$ y la suma de tres términos que expresan áreas parciales.

2.23 Crea estrategias para encontrar por simple inspección el producto $((x+a) \cdot (ax+b))$.

2.24 Crea estrategias para encontrar por simple inspección la expresión algebraica de dos factores equivalente a $x^2 + bx - c$

2.25 Interpreta situaciones problema de áreas reconociendo la equivalencia entre expresiones que representan el área por medio de un producto o una suma de cantidades.

3SCO Halla el área de rectángulos compuestos por rectángulos de menor área que tienen un lado en común.

3.1 Construye rectángulos con rectángulos de menor área que tienen un lado en común.

3.2 Dada el área de la forma $x(ax+by+cz...)$ construye un rectángulo compuesto de rectángulos de menor área.

3.3 Dada el área de la forma $(ax+by)(cz+bw)$ construye un rectángulo compuesto de rectángulos de menor área.

3.4 Determina el área del rectángulo compuesto por rectángulos de menor área que tienen un lado en común, sumando o restando áreas parciales.

3.5 Determina el área del rectángulo compuesto por rectángulos de menor área que tienen un lado en común, multiplicando base por altura.

3.6 Infiere la equivalencia entre el área expresada como producto de la base por

| Materia Matemáticas | Grado 8 | Unidad de aprendizaje Comunica información por medio de expresiones algebraicas |
|--|-------------------|---|
| Título del objeto de aprendizaje Construcción de expresiones algebraicas equivalentes al hallar áreas o volúmenes | | |

altura y la suma de áreas parciales.

3.7 Interpreta situaciones problema de áreas reconociendo la equivalencia entre expresiones que representan el área por medio de un producto o una suma de cantidades

4SCO. Expresa volúmenes de cuerpos geométricos con expresiones algebraicas equivalentes.

4.1 Identifica la descomposición volumétrica de la suma de dos cantidades al cubo.

4.2 Construye un cubo a partir de un cubo de arista x , un cubo de arista y , 3 prismas de volumen $3x^2y$, y 3 prismas de volumen $3xy^2$

4.3 Descompone un cubo de arista $(x+y)$, en un cubo de arista x , un cubo de arista y , 3 prismas de volumen $3x^2y$, y 3 prismas de volumen $3xy^2$

4.4 Determina el volumen de cubos compuestos por prismas, sumando o restando volúmenes parciales.

4.5 Determina el volumen de cubos, compuestos por prismas, multiplicando base por altura por profundidad.

4.6 Infiere la equivalencia entre el área expresada como producto de la base por altura por profundidad y la suma de áreas parciales.

4.7 Identifica la diferencia de dos cantidades al cubo a partir de la descomposición volumétrica de la suma de dos cantidades al cubo.

Flujo de aprendizaje

Introducción. Los binomios y sus equivalencias

Objetivos

Actividades principales

Actividad 1. Hallando áreas de cuadrados a partir de la unión de figuras más pequeñas

Actividad 2. Hallando el área de un cuadrado de lado $(a-b)^2$

Actividad 3. Resuelve por simple inspección $(a+b)(a-b)$

Actividad 4. Soluciona por simple inspección productos de la forma $(x+a)(x+b)$

Actividad 5. Soluciona productos de la forma $(x+a)(x-b)$

Actividad 6. Soluciona productos de la forma $(x+a)(bx+c)$

Actividad 7. Construyendo rectángulos a partir de otros más pequeños con lados en común



Actividad 8. Construcción de un cubo de la expresión $(x+y)^3$

Resumen

Tareas

Guía de valoración

- El estudiante al realizar la tarea aplicará operaciones con polinomios, reducción de términos semejantes, y los productos que se han enseñado en este documento. Además, a partir de una gráfica y sus medidas, podrá inferir qué rectángulos o cuadrados lo forman, y cuál es su área. Igualmente, conociendo las figuras que lo forman puede decir cuáles son las medidas de sus lados y cuál es su área.

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|--|------------------------------------|---|--|
| <p>Introducción</p>  | <p>Introducción</p> | <p>Aparecen dos hombres y uno de ellos da indicaciones al otro para instalar cuatro tapetes en un salón, señalando que la cantidad de tapetes usados debería ser igual a un área de $(a + b)^2$. El hombre instala los tapetes, pero llega a la conclusión que la cantidad de tapetes usados para cubrir el salón tenía un área diferente a la indicada. A este le dio $a^2 + 2ab + b^2$ y estaba convencido que ambas áreas eran diferentes, al igual que el primer hombre, pero el hijo de este les muestra que no es así, que las áreas son iguales.</p> <p>El docente presenta un interactivo dando a conocer los objetivos de la clase.</p> | <p>Recurso1 Recurso Animación</p> <p>Recurso 2 Recurso interactivo Presentación de los objetivos</p> |
| <p>Desarrollo</p>  | <p>El docente presenta el tema</p> | <p>Actividad 1 Hallando el área de un cuadrado a partir de la unión de figuras más pequeñas (SK/1.1.,1.2.,1.3.,1.4.,1.5.,1.6.,1.7)</p> <p>En esta actividad se desarrolla el concepto de suma de un binomio al cuadrado $(a + b)^2$, a partir de dos ejercicios, así:</p> <p>Ejercicio 1</p> <p>a) Se presentan dos cuadrados de diferente tamaño y dos rectángulos iguales. Para que el estudiante halle el área de cada figura.</p> <p>Respuestas: Áreas ab, a², b², ab</p> <p>b) Se presenta el dialogo entre una madre y su hijo, donde ésta le informa a su hijo que desde ahora tendrá un cuarto para él solo, el cual inicialmente sólo es un salón. Pero como condición le indica que debe calcular el área del cuarto, y le da las medidas del mismo (es un salón cuadrado de lado a). R/a²</p> <p>c) Posteriormente al cuarto se le adiciona un espacio rectangular de medidas b y a, el cual servirá de biblioteca, y la madre solicita al hijo que a la medida anterior que tenía el cuarto le agregue esta nueva área, y que le indique cuál es el área del cuarto en estas condiciones. R/ a² + ba</p> <p>d) En este punto la madre le dice al hijo que ampliarán el cuarto para construir un baño y un pequeño vestier, y el joven debe medir el área del cuarto adicionándole inicialmente el área del baño (cuyas medidas son b y a y tiene forma rectangular) y después a esa nueva área, sumarle el área del vestier (cuyas medidas son b y b). R/ La nueva área del cuarto, adicionándole el baño es a²+ab+ab = a²+2ab Y el área anterior, sumándole la del vestir es: a²+2ab+b²</p> | <p>Recurso 3 Recurso Interactivo</p> |

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

e) En este ejercicio se presenta el cuarto de los anteriores ejercicios (el cual es cuadrado) con todas sus diferentes áreas y medidas (la medida de un de sus lados es $a+b$), para que el estudiante responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la medida de un lado de la habitación? R/ $a+b$
- El área de la habitación se puede calcular con el cuadrado de la medida de uno de los lados, que en este caso equivale a: R/ $(a + b)^2$
- Si el área de la habitación también se puede calcular multiplicando el producto de la medida de la base por la medida de la altura, ¿cuál es la medida del área resolviendo dicho producto?
R/ $(a + b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Según lo anterior, qué puedes concluir de las expresiones: $(a+b)^2$; $(a+b) \cdot (a+b)$ y $(a^2+2ab+b^2)$
R/ Que son equivalentes

Ejercicio 2

El docente solicita a los estudiantes que resuelvan un par de ejercicios, así:

a) Basado en los procedimientos anteriores, resuelve:

$$\bullet (s+m)^2 = (s+m)(s+m) =$$

$$R/ s^2 + ms + ms + m^2 = s^2 + 2ms + m^2$$

$$\bullet (y+z)^2 = (y+z)(y+z) =$$

$$R/ y^2 + yz + yz + z^2 = y^2 + 2yz + z^2$$

Posteriormente el docente solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas:

1) Responde en el Material de estudiante: ¿Qué características tienen en común las dos respuestas anteriores y el área del cuadrado de lado $(a+b)$ calculada en el ejercicio 1?

Posible respuesta

El primer término es igual al cuadrado de la primera cantidad.

El segundo término es igual al doble de la primera cantidad por la segunda.

El tercer término es el cuadrado de la segunda cantidad.

Todos los signos son positivos.

2) Si basados en las respuestas de los productos anteriores, podemos concluir qué si:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, donde **a** y **b** se conocen como el **primer** y el **segundo** término, respectivamente, y el 2 se puede leer como el "doble de..." Completa la siguiente oración:

R/

La suma de un binomio al cuadrado $(a+b)^2$ es igual a:

El cuadrado del **primer** término, más el **doble** del producto

Recurso 4
Recurso
Interactivo

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

Posteriormente el docente presenta un ejemplo numérico en el que demuestra la validez del procedimiento anterior, así: si $a=2$ y $b=3$

$$(2+3)^2 = 2^2 + 2(2)(3) + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$$

$$(2+3)^2 = 5^2 = 25$$

b) Para aplicar lo visto en el numeral a, el docente presenta a los estudiantes un cuadrado de lado $2a+3x$, para que los estudiantes hallen la expresión algebraica final que representa su área.

$$R/ (2a+3x)^2 = 4a^2 + 12ax + 9x^2$$

Actividad 2. hallando el área de un cuadrado de lado $(a-b)^2$ (SK/1.8.,1.9.,1.10.,1.11.,1.12.,1.13)

En esta actividad se desarrolla el concepto de resta de un binomio al cuadrado $(a - b)^2$, para lo cual el docente propone a los estudiantes resolver dos ejercicios, así:

Ejercicio 1

a) Se presenta una habitación de forma cuadrada y de lado a , la cual consta de un salón (de forma cuadrada y de lado $a-b$), un baño (de forma cuadrada y de lado b), un vestier (de forma rectangular y de medidas b y $a-b$) y una biblioteca (de forma rectangular y medidas $a-b$ y b). A partir de dicha información se solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el área total de la habitación? R/ a^2
- ¿Cuáles son las medidas y el área de cada una de las partes de la habitación?

R/ Del salón: lados $a-b$, $a-b$ área = $(a-b)^2$
 Del baño: lados b , b área = b^2
 De la biblioteca : lados $a-b$, b área = $b(a-b)$
 Del vestier : lados $a-b$, b área = $b(a-b)$

b) En este ejercicio, a la habitación anterior se le suprimen algunas áreas debido al nacimiento de un nuevo miembro de la familia. Para ello se presentan dos situaciones en las cuales debes calcular el área del salón, así:

• Si se suprimen la biblioteca y el vestier, calcula el área del salón. Para ello parte del área total de la habitación y réstale las áreas suprimidas:

$$R/ a^2 - b(a-b) - b(a-b) =$$

$$a^2 - ba + b^2 - ba + b^2 =$$

$$a^2 - 2ab + 2b^2$$

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

• Si además del vestier y la biblioteca, se suprime el baño, calcula el área del salón. Para ello parte del área total de la habitación y réstale las áreas suprimidas

$$\begin{aligned} R/ \quad & a^2 - b(a-b) - b(a-b) - b^2 = \\ & a^2 - ba + b^2 - ba + b^2 - b^2 = \\ & a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

c) De acuerdo a lo anterior, se le solicita al estudiante que calcule el área del salón de lado $a - b$, es decir que resuelva

$$\begin{aligned} & (a-b)^2 \\ R/ \quad & a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

a) Ahora si sabemos que el área de un cuadrado también la podemos expresar como el producto de la medida de la base por la medida de la altura, resuelve los siguientes productos:

$$\bullet (a-b) \cdot (a-b) = R/ a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\bullet (m-n) \cdot (m-n) = R/ m^2 - mn - mn + n^2 = m^2 - 2mn + n^2$$

$$\bullet (p-q) \cdot (p-q) = R/ p^2 - pq - pq + q^2 = p^2 - 2pq + q^2$$

Posteriormente el docente formula un par de preguntas, así:

1. En el Material del estudiante responde ¿Qué características tienen en común las respuestas de los productos $(m-n) \cdot (m-n)$; $(p-q) \cdot (p-q)$ y el área del cuadrado de lado $(a-b)$ calculada en el numeral c del ejercicio 1 de esta actividad?

Posibles respuestas:

El primer término es igual al cuadrado de la primera cantidad.

El segundo término es igual al doble de la primera cantidad por la segunda.

El tercer término es el cuadrado de la segunda cantidad.

Los signos se intercalan así: mas, menos y mas.

1. Si basados en las respuestas de los productos anteriores, podemos concluir que, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, donde **a** y **b** se conocen como el **primer** y el **segundo** término, respectivamente, y el 2 se puede leer como el "doble de..." Completa la siguiente oración:

R/

La resta de un binomio $(a - b)^2$ es igual a:

El cuadrado del **primer** término menos el **doble** del producto del **primer** término por el **segundo**, más el **cuadrado** del segundo **término**

Posteriormente el docente presenta un ejemplo numérico en el que demuestra la validez del procedimiento anterior, así:

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

Luego se le presenta una diferencia de dos números al cuadrado para que el estudiante concluya que esto se cumple también con las operaciones numéricas que tengan la misma característica de $(a-b)^2$
 $(5-4)^2 = 5^2 - 2(5)(4) + 4^2 = 25 - 40 + 16 = 1$

Si realizamos la resta de los dos números y luego el cuadrado del total tendremos

$$(5-4)^2 = 1^2 = 1$$

Se presenta una nota aclaratoria.

Nota: en el álgebra, para estos productos, trabajamos con términos no semejantes. Por lo cual no podemos realizar sumas directas como en el contexto numérico.

Actividad 3. Resuelve por simple inspección $(a+b)(a-b)$ (SK/1.14.,1.15.,1.16.,1.17.,1.18.,1.19.,1.20.,1.21)

Inicialmente se presenta una gráfica de un inspector que da una definición de lo que es resolver por simple inspección, así:

“Resolver por simple inspección consiste en llegar al resultado sin hacer todos los procesos de multiplicación y suma que usualmente se hacían”.

Posteriormente solicita a los estudiantes resolver tres ejercicios que tratan sobre el desarrollo del producto de binomios de la forma $(a+b)(a-b)$, así:

Ejercicio 1

a) Se presenta un rectángulo con tres subdivisiones (un rectángulo de medidas b y $a + b$; un rectángulo de medidas a y $a-b$ y un último rectángulo de medidas b y $a-b$): y se solicita a los estudiantes responder:

- Definir cuáles son los lados y el área del rectángulo que contiene a los demás.

R/ Lados $a+b$ y a área = a^2+ab

- Definir los lados y el área del rectángulo de lados b y $a + b$

R/ lados $(a+b)$ y b área = $ab+b^2$

- Definir como un todo los lados y el área de los rectángulos cuyas medidas son:

a y $a-b$, b y $a -b$

R/ Lados $(a+b)$ y $(a-b)$.

$$\text{Área} = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Ejercicio 2

a) En este ejercicio tomamos el mismo rectángulo general y lo dividimos en tres partes (un cuadrado de lado a , un rectángulo de lados b y $a-b$ y un cuadrado de lado b) y se solicita la estudiante responder:

- ¿Cuál es el área del cuadrado de lado a ? R/ a^2

Recurso 6
Recurso interactivo
 el estudiante realizara la respectivas operaciones para hallar las medidas que se le solicitan luego por medio del recurso podrá validar las respuestas

Material del estudiante

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo

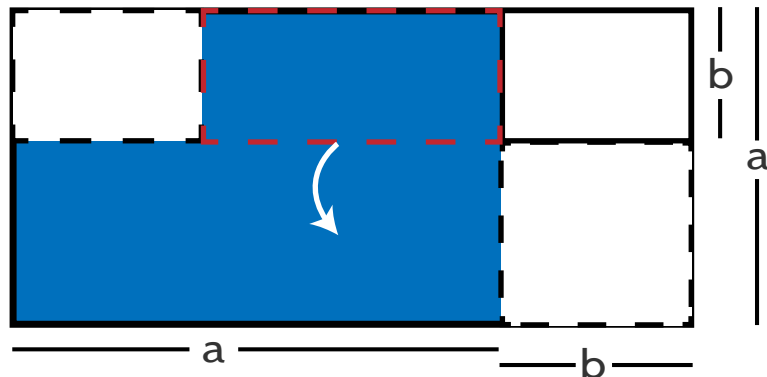


El docente presenta el tema

b) Posteriormente se duplica el cuadrado de lado b y se ubica en el extremo izquierdo superior del cuadrado de lado a . A partir de la figura se solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el área del cuadrado de lado b ? R/ b^2
- ¿Cuál es el área del cuadrado de lado a ? R/ a^2
- ¿Cuál es la nueva área del cuadrado de lado a , teniendo en cuenta que sobre él se superpuso el cuadrado de lado b , es decir que se quitó esa área? R/ $a^2 - b^2$
- ¿Cómo son las áreas del rectángulo del numeral a de este ejercicio, cuyos lados son $(a + b)$ y $(a - b)$ y el área que calculaste en el anterior numeral cuya área fue $a^2 - b^2$? R/ Son equivalente o iguales.

c) Posteriormente se traslada el rectángulo demarcado con guiones de color rojo, del cuadrado de lado a al espacio del rectángulo punteado y con igual dimensión, al rectángulo de lados b y $a-b$ (para una mejor comprensión se incluyó aquí la figura que muestra el movimiento con una flecha).



A partir de dicho cambio en la figura se le solicita al estudiante responder:

- Si comparas el área sombreada de esta nueva figura con el área de la figura cuya área es $a^2 - b^2$, te darás cuenta que son iguales, es decir que: _____ es = a: _____

d) De acuerdo a los ejercicios anteriores se le solicita a los estudiantes resolver 2 productos, así:

- $(x+y)(x-y)$ R/ $x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$
- $(p-q)(p+q)$ R/ $p^2 - pq + pq - q^2 = p^2 - q^2$

Seguidamente se le proponen dos preguntas a los estudiantes, así:

1. En el Material del estudiante responde ¿Qué características tienen en común las respuestas de los productos $(x+y)(x-y)$; $(p-q)(p+q)$ y el área del rectángulo de lados $(a+b)(a-b)$ del ejercicio 1 de esta

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

actividad?

Posible respuesta:

Es el cuadrado del primer término de los binomios, menos el cuadrado del segundo término de los binomios.

2. Si basados en las respuestas de los productos anteriores, podemos concluir que:

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$, donde **a** y **b** se conocen como la primera y la segunda cantidad, respectivamente, completa la siguiente oración:

R/

- El producto de la suma de dos cantidades por la resta de esas mismas cantidades, es decir,

- $(a + b) \cdot (a - b)$, es igual a:

El cuadrado de la primera cantidad menos el cuadrado de la segunda cantidad.

Posteriormente el docente presenta un ejemplo numérico en el que demuestra la validez del procedimiento anterior, así: $a = 5$ $b = 2$

$$(5+2)(5-2) = 25-10+10-4 = 25+0-4 = 25-4 = 21$$

Si realizamos las sumas y restas que hay dentro de los paréntesis tenemos:

$$7(3) = 21$$

ambos resultados son iguales.

Se presenta una nota aclaratoria como en las anteriores actividades.

Ejercicio 3

En este ejercicio se le propone a los estudiantes realizar un emparejamiento donde relacionan el producto de dos binomios (se presentan en la columna de la izquierda) con la diferencia de dos cuadrados (se presentan en la columna de la derecha) que sean equivalentes. Para ello, debe escribir la letra que numera los diferentes productos, en un espacio vacío que se encuentra al lado de las diferentes diferencias de cuadrados.

Actividad 4. Soluciona por simple inspección productos de la forma $(x+a)(x+b)$


SK/ 2,1.,2.2.,2.3.,2.4.,2.5.,2.6.,2.7.,2.8)

Para explicar cómo se solucionan este tipo productos, se plantea una situación para resolver los ejercicios 1 y 2, así:

Ejercicio 1

Se presentan un ganadero que ha comprado uno a uno cuatro lotes: uno de forma cuadrada de lado **x**, otro de forma rectangular de medidas **a** y **x**, otro rectangular de medidas **b** y **x** y un último, también rectangular de medidas **a** y **b**.

Recurso 7
Recurso interactivo
Material del estudiante

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|---|------------------------------------|---|---|
| <p>Desarrollo</p>  | <p>El docente presenta el tema</p> | <p>Los lotes están ubicados uno al lado del otro, de tal forma que juntos conforman un rectángulo. A partir de dicha información se solicita a los estudiantes determinar el área del terreno con que cuenta el ganadero cada vez que adquiere un nuevo lote, así:</p> <p>* ¿Cuál es el área de lote de lado x? R/x^2</p> <p>* ¿Cuál es el área del lote anterior más el lote de medidas a y x R/ $x^2 + ax$</p> <p>* ¿Cuál es el área de los dos lotes anteriores, más el lote de medidas b y x R/ $x^2 + ax + bx$</p> <p>* ¿Cuál es el área de los tres lotes anteriores, más el lote de medidas a y b R/ $x^2 + ax + bx + ab$</p> <hr/> <p>Ejercicio 2</p> <p>En este ejercicio el ganadero anterior, debe volver a calcular el área total de su propiedad, pero usando la fórmula para calcular el área de un rectángulo (la medida de la base por la medida de la altura), ya que se piensa que el cálculo que hizo sumando las áreas está malo. Realiza el cálculo: R/ $(x+a)(x+b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a+b) + ab$</p> <p>Posteriormente se le solicita al estudiante que resuelva la siguiente pregunta: Según los cálculos hechos, ¿qué podemos concluir con respecto a las expresiones: $(x+a)(x+b)$ y $(x^2+ax+bx+ab)$?</p> <p>R/ La posible conclusión es que ambas expresiones son equivalentes o iguales.</p> <p>Ejercicio 3</p> <p>Se solicita a los estudiantes realizar los siguientes productos, los cuales tienen las mismas características de $(x+a)(x+b)$, y expresa la respuesta final con sólo tres términos, así:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $(a+2)(a+1) = R/ a^2 + a + 2a + 2 = a^2 + 3a + 2$ • $(b+3)(b+4) = R/ b^2 + 4b + 3b + 12 = b^2 + 7b + 12$ • $(x+y)(x+z) = R/ x^2 + xz + xy + yz = x^2 + x(z+y) + yz$ <p>Posteriormente se le solicita a los estudiantes resolver dos preguntas, así:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. En el Material del estudiante responde ¿Qué concluyes de las respuestas finales de los tres productos y el área del rectángulo. R/ 2. Si basados en las respuestas de los productos | <p>Recurso 8 Recurso interactivo</p> <p>Material del estudiante</p> |

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

anteriores, podemos concluir que $(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b) \cdot x + ab$, donde **a** y **b** se conocen como términos no comunes y **X** se conoce como el término común, completa la siguiente oración:

R/

El producto de dos binomios con un término común es igual:

Al cuadrado del término común, más la suma de los términos no comunes, por el término común, más el producto de los términos no comunes.

Posteriormente el docente presenta un ejemplo numérico en el que demuestra la validez del procedimiento anterior, así:

si $x=3$ $a=2$ $b=4$

$$(3+2)(3+4) = 3^2 + (2+4)3 + (4)(2) = 9+18+8=35$$

Luego se realiza la suma y la multiplicación como se haría normalmente para verificar que el resultado es el mismo.

$$(3+2)(3+4) = (5)(7) = 35.$$

Se hace la nota aclaratoria como en las actividades anteriores

Recurso 9
Recurso interactivo

Ejercicio 4

Se le solicita a los estudiantes resolver por simple inspección los siguientes productos:

a) $(X+2)(x+7) =$ R/ $x^2+9x+14$

b) $(m+3)(m+4) =$ R/ $m^2+7m+12$

c)

d) $(a+5)(a+6) =$ R/ $a^2+11a+30$

Actividad 5. Soluciona productos de la forma $(x+a)(x-b)$
(SK/2.9.,2.10.,2.11.,2.12.,2.13.,2.14.,2.15.,2.16)

En esta actividad se presentan dos ejercicios, que permitirán al estudiante comprender como se solucionan los productos $(x+a)(x-b)$.

Ejercicio 1

Se presenta una animación donde a un constructor se le solicita construir una casa de forma rectangular cuyas medidas son $(x + a)$ y $(x + b)$. La casa está compuesta por: una habitación de forma cuadrada de lado **x**, una sala de forma rectangular y medidas **a** y **x**, otra habitación de forma rectangular de medidas **x** y **b**, y por último un baño de medidas **a** y **b**. A partir de dicha información se le solicita a los estudiantes resolver los siguientes interrogantes:

a) Cuál es el área de la casa, si por un problema de humedad se pierde dos veces el área que correspondía a la habitación de medidas **x** y **b**. Se recomienda que para el cálculo se parta del área inicial de la casa, y se le

Recurso 10
Recurso interactivo

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

resten las áreas perdidas.

$$R/ x^2 + xb + ax + ab - 2xb = x^2 + ax + ab - xb$$

b) ¿Cuál es el área de la casa ahora, que debido al mismo problema de humedad, se perdió también dos veces el espacio? Para el cálculo parte del área que le quedaba a la casa en el numeral anterior.

$$R/ x^2 + ax + ab - xb - 2ab = x^2 + ax - xb - ab = x^2 + x \cdot (a - b) - ab$$

c) Ahora calcula el área final de la casa usando la fórmula que multiplica la medida de la base por la medida de la altura.

$$(x+a) \cdot (x-b) = x^2 - xb + ax - ab = x^2 - x \cdot (b-a) - ab$$

d) De acuerdo a las áreas calculadas en el numeral b y c, ¿Qué puedes decir de la expresión algebraica $[x^2 - x \cdot (b-a) - ab]$ y la expresión $(x+a) \cdot (x-b)$

Posible respuesta:

Que son expresiones algebraicas equivalentes.

Ejercicio2

Realiza los siguientes productos

- $(x+3)(x-2) = R/ x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$
- $(y-6)(y+4) = R/ y^2 + 4y - 6y - 24 = y^2 - 2y - 24$
- $(a+b)(a-c) = R/ a^2 - ac + ab - bc = a^2 - a(c-b) - bc$

Posteriormente se le solicita a los estudiantes resolver dos preguntas, así:

1. En el Material del estudiante responde: ¿Qué tienen en común el resultado de los productos anteriores y el resultado del producto de los binomios $(x+a) \cdot (x-b)$, desarrollado en el numeral c del ejercicio anterior?

Posible respuesta:

El primer término es al cuadrado, y es el primer término de los binomios. El signo que sigue depende del signo del término semejante mayor, y el tercer término depende del producto de los términos no comunes.

2. Si basados en las respuestas de los productos anteriores, podemos concluir que $(x+a) \cdot (x-b) = x^2 + (a-b)x - ab$, donde x es un término común y a y b son términos no comunes, completa la siguiente oración:

El producto de dos binomios con un término común es igual :

Al cuadrado del término común, más la suma aritmética de los términos no comunes por el término común, más el producto de los términos no comunes.

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

Posteriormente el docente presenta un ejemplo numérico en el que demuestra la validez del procedimiento anterior, así:
si $x=3$ $a=6$ $b=4$

$$\begin{aligned} (3+6)(3-4) &= \\ 3^2+(3)(-4)+(3)(6)-(6)(4) &= \\ 3^2+(3)(6-4)-(6)(4) &= 9-12+18-24=27-36=-9 \end{aligned}$$

Si realizamos las operaciones que hay dentro de los paréntesis tenemos

$$9-1=-9$$

Se realiza la nota aclaratoria

Actividad 6. Soluciona productos de la forma $(x+a)(bx+c)$
(SK/2.17.,2.18.,2.19.,2.20.,2.21.,2.22.,2.23.,2.24.,2.25)

Se presenta una bodega con las siguientes divisiones:

3 cuadrados de lado x ,
2 cuadrados de lado 1 , y
5 rectángulos de medidas 1 y x

A partir de dicha información se le solicita la estudiante que responda las siguientes preguntas:

a)Cuál es el área de la bodega, sumando el área de cada una de sus partes:

$$\begin{aligned} R/ x^2 + x^2 + x^2 + 1 + 1 + x + x + x + x + x &= \\ 3x^2 + 5x + 2 \end{aligned}$$

b) Expresa la medida de cada uno de los lados de la bodega y luego halla nuevamente el área de la misma, pero usa la fórmula que multiplica la medida de la base por la medida de la altura

$$\begin{aligned} R/ \text{lados: } (3x + 2) \text{ y } (x + 1); \\ \text{área: } (3x + 2) \cdot (x + 1) &= \\ 3x^2 + 3x + 2x + 2 &= \\ 3x^2 + 5x + 2 \end{aligned}$$

c) Si las áreas calculadas en los numerales a y b son iguales, entonces la expresión,

$(ax+b) \cdot (x+c)$ y la expresión $(ax^2+acx+bx+bc)$ son:

R/ Equivalentes

Para finalizar, el docente institucionaliza los conceptos vistos en esta actividad, así:

$$\begin{aligned} \text{Si } (ax+b)(x+c) &= ax^2+acx+bx+bc= \\ & ax^2+(ac+b)x+bc \end{aligned}$$

Donde a es el coeficiente del término común, x es el término común, y b y c son los términos no comunes, al desarrollar este producto tendremos:

Primer término $ax^2=$ Producto de los primeros términos de los binomios

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

Segundo término $(ac+bx)x$ = la suma de los productos del primer término del binomio 1, por el segundo término del binomio 2 con el producto del segundo término del binomio 1, por el primer término del binomio 2.
Tercer término bc = El producto de los términos no comunes.

Actividad 7. Construyendo rectángulos a partir de otros más pequeños con lados en común (SK/3.1.,3.2.,3.3.,3.4.,3.5.,3.6.,3.7)

Inicialmente se presentan cuatro rectángulos, así:
 Uno de medidas **a** y **x**
 Otro de medidas **b** y **x**
 Uno más de medidas **c** y **x**
 Y el último de medidas **d** y **x**

Con esta información se le pide a los estudiantes resolver dos ejercicios, así:

Ejercicio 1

Para este ejercicio solicitar tijeras y una hoja de bloc. Se le presentan a los estudiantes los cuatro rectángulos anteriores con sus medidas, para que estos los recorten y armen un solo rectángulo con ellos, uniéndolos por el lado que tienen en común.

Al unirlos formaran un rectángulo de medidas **$(a+b+c+d)$** y **x**

En el **Storyboard** se presenta la retroalimentación de este ejercicio.

Ejercicio 2

A partir de las medidas de las figuras del ejercicio 1, se solicita a los estudiantes completar una tabla, la cual por claridad se presenta acá. La tabla ya contiene algunas respuestas que sirven para orientar al estudiante

| Rectángulo | Base | Altura | Área | |
|---|-----------------|--------|------------------------------|--|
| A | a | x | ax | |
| B | b | x | bx | |
| C | c | x | cx | |
| D | d | x | dx | |
| Formado por los anteriores rectángulos. | $a + b + c + d$ | | Suma expresada de las áreas. | Producto de la medida de la base por la medida de la altura. |
| | | | ax +bx + cx dx | $x \cdot (a + b + c + d)$ |

Después se solicita a los estudiantes que saquen conclusiones

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

sobre las expresiones de la suma expresada, y el producto de la medida de los lados del rectángulo formado.

R/ Posible respuesta:
Las dos expresiones son equivalentes o iguales.

Actividad 8. Construcción de un cubo de la expresión $(x+y)^3$ (S/K 4.1.,4.2.,4.3.,4.4.,4.5.,4.6.,4.7)

Inicialmente se presentan ocho figuras tridimensionales, con sus medidas, así:

- Un cubo de lado x
- Tres prismas con las siguientes medidas: base = x , profundidad = y , altura = x
- Tres prismas con las siguientes medidas: base = y , profundidad = x , altura = y
- Un cubo de lado y

A partir de esta información se solicita a los estudiantes resolver ocho ejercicios, así:

Ejercicio 1 Calcula el volumen de cada figura

- R/
- Volumen del cubo de lado x : x^3
- Volumen del cubo de lado y : y^3
- Volumen de tres primas de base x : x^2y
- Volumen de los tres prismas de lado x : xy^2

Ejercicio 2

Conociendo el volumen de cada pieza halla el volumen del cubo que podría armarse con ellas sumando dichos volúmenes (exprésalo de manera descendente con respecto a la letra x).

R/




$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Ejercicio 3

Para este ejercicio necesitaras cartulina, tijeras y regla. Con estos materiales, y las piezas dadas en la actividad, construyen un cubo. Para ello elabora cada pieza en cartulina, teniendo en cuenta las medidas y la forma de las mismas. Después de construir el cubo, calcula la medida de la base, la altura y la profundidad y después halla el volumen del cubo multiplicando las tres dimensiones. $(x+y)$ $(x+y)$ $(x+y)$ o lo que es lo mismo $(x+y)^3$

R/

- Base: $x + y$
- Altura: $x + y$

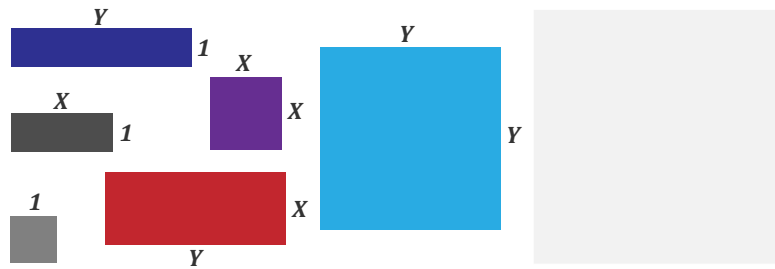
| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|---|--|---|--|
| <p data-bbox="126 220 261 252">Desarrollo</p>  | <p data-bbox="318 220 459 317">El docente presenta el tema</p> | <p data-bbox="488 220 735 252">Profundidad: $X + Y$</p> <p data-bbox="488 285 740 317">Volumen del cubo</p> $(x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) = X^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3$ <p data-bbox="488 445 626 476">Ejercicio 4</p> <p data-bbox="537 510 1261 636">a) Si las áreas calculadas en el ejercicio 2 y 3 son iguales entonces las expresiones algebraicas: $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$; $[(x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y)]$ y $(x+y)^3$ son:</p> <p data-bbox="537 636 743 667">R/ equivalentes</p> <p data-bbox="537 701 1261 764">b) Para que el estudiante ejercite lo que aprendió se le dan dos binomios al cubo para que los resuelva, así:</p> <p data-bbox="537 793 946 856">• $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) =$ R/ $a^3 + 3a^2y + 3ab^2 + b^3$</p> <p data-bbox="537 890 914 953">• $(c+d)^3 = (c+d)(c+d)(c+d) =$ R/ $c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3$</p> <p data-bbox="488 987 626 1018">Ejercicio 5</p> <p data-bbox="488 1052 1261 1178">Dado que el binomio al cubo $(x+y)^3$ es igual a $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ donde a X y Y las podemos llamar primer y segundo término, respectivamente, completa la siguiente oración:</p> <p data-bbox="488 1211 1261 1371">Un binomio al cubo es igual: Al cubo del <u>primer</u> término más el triple del primer término al <u>cuadrado</u> por el segundo término, más el triple del primer término por el <u>segundo término</u> al <u>cuadrado</u>, más el segundo término al <u>cubo</u>.</p> | |
| <p data-bbox="131 1423 253 1455">Resumen</p>  | <p data-bbox="342 1423 459 1455">Resumen</p> | <p data-bbox="488 1423 1261 1486">El docente presenta un resumen por medio de un interactivo en el cual se retoma la temática vista.</p> | <p data-bbox="1328 1423 1482 1520">Recurso 11 Recurso interactivo</p> |
| <p data-bbox="155 1661 228 1692">Tarea</p>  | <p data-bbox="350 1661 423 1692">Tarea</p> | <p data-bbox="488 1661 1261 1848">El cuadrado de la derecha se forma con cuatro piezas. Elige tres piezas de las presentadas en la parte izquierda y repite una de ellas, para armarlo, de manera que se cubra todo el cuadrado. Después de armarlo define la medida de uno de sus lados y define la expresión de tres términos que representa su área. Recortalas en el material del estudiante.</p> | |

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Tarea



Tarea



El siguiente es un terreno rectangular destinado para un jardín, y dividido como muestra la gráfica. Ayuda al propietario a conocer la medida de los lados y el área de dicho terreno, si las divisiones concuerdan con algunas de las piezas dadas en la tarea 1.

El área del jardín calculado como:

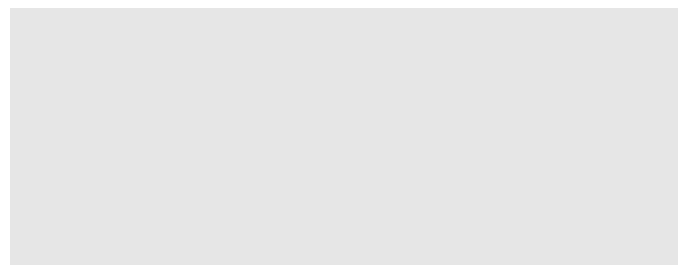
- La sumatoria de áreas y reduce términos semejantes.
- Producto de la medida de la base por la medida de la altura.

Por ultimo verifica si las dos áreas son equivalentes.



El propietario del jardín también posee otro terreno rectangular del cual conoce las medidas de sus lados, pero no sabe cómo sería la división, como tampoco conoce el área de dicho terreno. Ayuda al propietario a dividir el terreno y a determinar cuál es la expresión que representa el área del mismo, teniendo en cuenta las medidas de los lados que te muestra el gráfico y las piezas que se dieron en la tarea 1.

$$3x+2$$



$$x+2$$