

|   |                   |   |
|---|-------------------|---|
| <b>Materia</b><br>Matemáticas   | <b>Grado</b><br>8 | <b>Unidad de aprendizaje</b><br>Comunica información por medio de expresiones algebraicas |
| <b>Título del objeto de aprendizaje</b><br>Construcción de estrategias para expresar el resultado de la potencia de cualquier binomio |                   |   |

**Objetivos de aprendizaje**

Construcción de estrategias para expresar el resultado de la potencia de cualquier binomio:

- Reconocer el triángulo de Pascal como herramienta en la solución de potencias de binomios.
- Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo de potencias de binomios.

**Habilidad/ conocimiento**

1. Construye el triángulo de Pascal

- 1.1 Identifica un triángulo compuesto por dos términos de la unidad en su vértice superior.
- 1.2 Identifica el número que se obtiene entre dos números de las columnas de orden superior sumando cada uno de los dos términos.
- 1.3 Completa cada fila siguiente que forma un triángulo sumando los dos términos de orden superior.

2. Desarrolla potencias de binomios

- 2.1 Reconoce la posibilidad de resolver por simple inspección potencias de binomios.
- 2.2 Resuelve una potencia de un binomio escribiendo los coeficientes de cada uno de los términos a partir del triángulo de Pascal.
- 2.3 Identifica el uso del triángulo de Pascal en la solución de potencias de binomios.
- 2.4 Reconoce la posibilidad de escribir la primera cantidad del binomio en orden descendente de exponente del mayor al menor.
- 2.5 Reconoce la posibilidad de escribir la segunda cantidad del binomio en orden ascendente de exponente del menor al mayor.
- 2.6 Identifica el signo de cada uno de los términos de solución de potencias de binomios.
- 2.7 Construye la solución de potencias de binomios unificando potencias de la primera cantidad, de la segunda cantidad y su signo.

**Flujo de aprendizaje**

Introducción  
Objetivos

**Actividades principales**

**Actividad 1.** Estrategias para la construcción del triángulo de Pascal

**Actividad 2.** Solución de potencias de un binomio a partir del triangulo de Pascal

**Materia**

**Grado**

**Unidad de aprendizaje**

**Título del objeto de aprendizaje**


**Actividad 3.** Aplicación del triángulo de Pascal en la geometría


**Resumen**

**Tareas**

**Guía de valoración**

- Se busca, con las tareas, que el estudiante aplique el triángulo de Pascal para la solución de situaciones problemas que implican potencias de binomios, y haga uso de esta herramienta en el cálculo de áreas y volúmenes de algunas figuras geométricas dadas en un contexto. Además se espera que el estudiante desarrolle la interpretación como paso inicial para la solución de problemas con incógnitas, y afiance los conceptos geométricos de área y volumen, de figuras y cuerpos geométricos.

| Etapa  | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje  | Recursos recomendados   |
|--|----------------------|---|---|
| <b>Introducción</b><br> | <b>Introducción</b>  | <p>Aparece un locutor y el alcalde hablando sobre la forma de llenar un hueco en forma de cubo, el cual fue hecho por un meteorito. En la conversación se dan pistas para que el estudiante identifique el triángulo de Pascal como una de las herramientas para solucionar potencias de un binomio.</p> <p>El docente presenta un interactivo dando a conocer los objetivos de la clase.</p> <p>Luego de los objetivos, en el Material del estudiante se presenta una corta reseña histórica del triángulo aritmético presentado por Yang Hui, que ya se conocía en el siglo XIII y del cual podría decirse era un equivalente al triángulo de Pascal.</p> | <p><b>Recurso1<br/>Recurso Animación</b><br/> Donde se presenta un reportero entrevistando al alcalde hablando de un hueco en forma de cubo, hecho por la caída de un meteorito y este se desea cubrir con tierra.</p> <p><b>Recurso 2<br/>Recurso interactivo</b><br/> Presentación de los objetivos</p> |

|  |                             |  |   |
|--|-----------------------------|--|---|
| <b>Desarrollo</b><br> | El docente presenta el tema | <p><b>Actividad 1. Estrategias para la construcción del triángulo de Pascal</b></p> <p>(S/K 1.1.,1.2.,1.3)</p> <p>El docente presenta las cuatro primeras potencias de un binomio; se resuelven para que a partir de las respuestas extraigan los coeficientes numéricos de cada uno de los términos de los polinomios resultantes, y a partir de ahí, con el triángulo que forman, hacer preguntas que orienten al estudiante a conocer las características del triángulo y su construcción.</p> <p> <math>(a+b)^0 = 1 \rightarrow</math> por propiedad de la potencia de cero<br/> <math>(a+b)^1 = 1a + 1b</math><br/> <math>(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2</math><br/> <math>(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math> </p> <p>Al extraer los coeficientes el resultado es</p> $ \begin{array}{cccc} & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & 1 \\ & & & & & 1 & & 1 \\ & & & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array} $ | <p><b>Recurso 3 y 4<br/>Recursos interactivos</b></p> <p>El docente presenta un interactivo sobre la construcción del triángulo de pascal y un GIF como complemento Material del estudiante</p> |
|--|-----------------------------|--|---|

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

Acá ya se ve la forma del triángulo en sus cuatro primeras filas, y con este arreglo numérico iniciamos unas preguntas orientadoras.

Ahora, teniendo en cuenta sólo el triángulo que se formó con los coeficientes, responde las siguientes preguntas:

- ¿El vértice de este triángulo tiene como número? R/ el uno
- ¿El lado derecho y el lado izquierdo del triángulo tienen como número? R/ el uno
- ¿Qué relación tiene el número 2 con los dos números que están sobre él?  
R/ Es el resultado de la suma de los dos unos.

- ¿De dónde resulta el primer 3 de la fila 4, y el segundo 3 de la misma fila?

---

R/ El primer 3 resulta de la suma de 1 y 2, y el segundo 3 de la suma de 2 y 1.

\* Si seguimos resolviendo indefinidamente, binomios elevados a diferentes potencias, ¿qué pasará con el triángulo? Posible respuesta.

R/Continúa con la secuencia de números como la que llevamos hasta ahora, unos a los lados, y los otros números de la fila resultan de la suma de los 2 números que están sobre cada uno.

\* Si pasamos una línea por la mitad, de arriba hacia abajo, en el triángulo, ¿cómo son los números que quedarían al lado izquierdo con respecto a los que quedarían al lado derecho?

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

R/ Hay una simetría en los dos lados.

\* Con lo visto hasta ahora define con tus palabras qué es el triángulo de Pascal. Pregunta abierta.

Definición dada en el Material del estudiante del triángulo de Pascal.

---

El triángulo que lleva mi nombre es un conjunto infinito de números enteros ordenados en forma de triángulo, de manera simétrica, que expresan coeficientes binomiales. Una de sus aplicaciones es la solución de potencias de

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

binomios de la forma  $(a+b)^n$

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

Después de la definición del triángulo de Pascal, se presenta una situación de una oficina en forma cuadrada, dividida en 2 cuadrados con diferentes áreas y dos rectángulos de igual área. Posteriormente se realiza el producto de las medidas de sus lados para hallar el área de la oficina, y de la expresión que resulta se extraen los coeficientes para que se vea la similitud con el arreglo numérico de la tercera fila del triángulo.

### Ejercicio 1

Luego se le presentan al estudiante tres triángulos para que los vayan llenando con lo visto en la primera parte de la actividad uno. Las gráficas corresponden al triángulo, donde se va completando hasta la fila 6, de la misma manera que se le dio a entender con las preguntas orientadoras.

Si la siguiente figura representa el triángulo de Pascal, escribe el número que corresponde al vértice superior del triángulo y responde:

¿De dónde sale ese número? El resultado de la potencia de cero.

A partir de este momento el docente empieza a orientar a los estudiantes con las características ya vistas, y solicita a los estudiantes llenar los dos lados extremos del triángulo y responder:

¿De dónde salen esos números?

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

R/ Salen de solucionar un binomio  $(a \pm b)$  elevado a cualquier potencia y son los coeficientes del primer y último término de dicha solución.

Ahora completa todo el triángulo e indica de dónde salen los diversos números al interior de este. Puedes usar para el desarrollo, los diferentes binomios a las potencias que lo requieras. Adicionalmente responde:

¿De dónde salen esos números?

R/ Cada uno sale de la suma de los dos números que están

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

sobre la casilla que se llena.

El docente acompañará a los estudiantes indicándoles que recuerden las características vistas al comienzo de la actividad.

Terminado este ejercicio se le da la dirección electrónica para que vea de manera virtual el proceso anterior, y terminen de aclarar dudas, así:

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

El GIF se encuentra en el siguiente link.

<http://algebra-pga111.blogspot.com/2012/10/triangulo-de-pascal.html>

Para los estudiantes que se les ha dificultado el tema, el docente podrá repetir el GIF, e irá explicándolo con sus propias palabras a medida que este avanza, para una mejor comprensión.

**El docente retroalimenta y socializa la actividad en clase.**

**Recurso 5 y 6  
Recursos interactivos**

**Actividad 2. Solución de potencias de un binomio a partir del triángulo de Pascal (S/K2.1.,2.2.,2.3.,2.4)**

Se presenta una gráfica con el triángulo de Pascal y su relación con la potencia de un binomio, y cada una de las filas del triángulo, para lo cual se dan ejemplos de binomios elevados a las primeras 6 potencias con su respectiva solución. Esta gráfica es para que el estudiante se apoye como recurso para contestar el cuestionario.

Se presenta una imagen donde se asocian cada una de las filas del triángulo de pascal con la solución de la potencia de diferentes binomios

**Desarrollo**





El docente presenta el tema

Luego se solicita a los estudiantes resolver tres ejercicios, dentro de los cuales hay un cuestionario de nueve preguntas que deberá ser resuelto en el Material del estudiante, y que le permitirán al estudiante identificar las características del desarrollo de la potencia de un binomio, un ejercicio para desarrollar tres potencias de binomios, y por último un ejercicio para completar, donde el estudiante a un binomio, medianamente resuelto, le coloca los valores o signos faltantes.

Después el docente presenta tres ejercicios a través de un interactivo

**Ejercicio 1**

Para institucionalizar los conceptos, el

| Etapa  | Flujo de aprendizaje   | Enseñanza/Actividades de aprendizaje  | Recursos recomendados   |
|--|--|---|---|
| <p data-bbox="121 342 261 373"><b>Desarrollo</b></p>      | <p data-bbox="316 342 456 436">El docente presenta el tema</p>   | <p data-bbox="495 220 1031 252">Ahora contesta las siguientes preguntas.</p> <ul data-bbox="495 300 1250 1360" style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tienen en común los coeficientes que resultan de las potencias de los binomios, con el triángulo de Pascal?</li> <li>• ¿Qué comportamiento tuvo el exponente del primer término del binomio, a lo largo de cada una de las soluciones del binomio?</li> <li>• ¿En qué término de las diferentes soluciones del binomio, no aparece <math>a</math>? y ¿Por qué pasará esto?</li> <li>• ¿Cuál es el comportamiento del exponente del segundo término del binomio, a lo largo de cada una de las soluciones?</li> <li>• ¿Cómo es el exponente del primer y el último término, en cada una de las soluciones del binomio? Y ¿cómo es dicho exponente con respecto a la potencia del binomio?</li> <li>• ¿En qué término de las diferentes soluciones del binomio, no aparece <math>b</math>? y ¿Por qué pasará esto?</li> <li>• ¿Qué tienen en común las potencias de cada binomio y la suma de los exponentes de cada término, en cada una de las soluciones de los respectivos binomios?</li> <li>• ¿Qué relación encuentras entre el exponente del binomio y la cantidad de términos de la solución de dicho binomio?</li> </ul> <p data-bbox="495 1402 1250 1554"><b>• ¿Qué diferencia encuentras en los signos de la solución de cada binomio, cuando los términos del binomio están separados por el signo MENOS o por el signo MÁS?</b></p> <p data-bbox="495 1591 1250 1701"><b>El docente preguntará de manera verbal a varios de los estudiantes cuáles fueron sus respuestas; retroalimentará la actividad con sus observaciones.</b></p> <p data-bbox="495 1747 755 1778">Posibles respuestas:</p> <ul data-bbox="495 1822 1250 1932" style="list-style-type: none"> <li>• Que los números de cada una de las filas del triángulo, corresponden a los coeficientes de los términos de cada una de las soluciones de los binomios.</li> </ul> | <p data-bbox="1286 220 1518 409">docente presenta un interactivo con algunas conclusiones importantes</p> <p data-bbox="1318 489 1490 562"><b>Material del estudiante</b></p> |
| <p data-bbox="121 1501 261 1533"><b>Desarrollo</b></p>  | <p data-bbox="316 1501 456 1596">El docente presenta el tema</p> | <p data-bbox="495 1591 1250 1701"><b>El docente preguntará de manera verbal a varios de los estudiantes cuáles fueron sus respuestas; retroalimentará la actividad con sus observaciones.</b></p> <p data-bbox="495 1747 755 1778">Posibles respuestas:</p> <ul data-bbox="495 1822 1250 1932" style="list-style-type: none"> <li>• Que los números de cada una de las filas del triángulo, corresponden a los coeficientes de los términos de cada una de las soluciones de los binomios.</li> </ul>   |   |

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

- Inicia con el mayor exponente (igual a  $n$ ) y se va reduciendo hasta llegar al punto de no aparecer por ser igual a 0.
- No aparece en el último término. Ello se debe a que en dicho término a esta elevada a la 0, y todo número elevado a dicha potencia es igual a 1.
- Inicia con el menor exponente (igual a 0) y se va incrementando hasta llegar a ser igual a  $n$ .
- Los exponentes del primer y el último término son iguales, y a su vez, dicho exponente es igual al exponente del binomio.
- No aparece en el primer término. Ello se debe a que en dicho término  $b$  está elevada a la 0, y todo número elevado a dicha potencia es igual a 1.
- La suma de los exponentes de cada término, pertenecientes a la solución del binomio, es igual al exponente de dicho binomio.
- Que la cantidad de términos de las soluciones de cada binomio es igual al exponente del binomio, más uno.
- Con el signo menos, los signos se alternan positivo, negativo, positivo, y así se alterna con signo más, todos son positivos.

### Ejercicio 2

Desarrollo



El docente presenta el tema

Se da un problema para que el estudiante lo desarrolle teniendo en cuenta, como herramienta de solución, el triángulo de Pascal.

Si se desea cultivar un terreno cuadrado de lado  $(x+y)^2$ , escribe la expresión algebraica que representa el área de dicho terreno como la solución de un binomio. Para la solución aplica lo aprendido con el triángulo de Pascal.

$$(X+Y)^2(X+Y)^2=(X+Y)^4=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$$



| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

### Ejercicio 3

Se le propone al estudiante solucionar tres binomios:

$$a)(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

$$b)(p-r)^7 = p^7 - 7p^6r + 21p^5r^2 - 35p^4r^3 + 35p^3r^4 - 21p^2r^5 + 7pr^6 - r^7$$

$$c)(k+m)^8 = k^8 + 8k^7m + 28k^6m^2 + 56k^5m^3 + 70k^4m^4 + 56k^3m^5 + 28k^2m^6 + 8km^7 + m^8$$

Desarrollo



El docente presenta el tema

### Ejercicio 4

Coloca el valor o signo desconocido en los cuadrados para que se cumpla lo aprendido hasta ahora.

$$a) \quad (2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 \\ = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$b)(3a-4b)^3 = (3a)^3 - 3(3a)^2(4b) + 3(3a)(4b)^2 - (4b)^3 \\ = 27a^3 - 108a^2b + 144ab^2 - 64b^3$$

Se presentan algunas conclusiones que están relacionadas con las respuestas que el estudiante dio en el ejercicio 1 de esta actividad.

Las conclusiones son las siguientes:

- Para la solución de la potencia de un binomio, a través del triángulo de Pascal, debemos ver cada una de las filas del triángulo como los coeficientes de las soluciones de los binomios, elevados a diferentes potencias enteras positivas (como refuerzo se presenta el triángulo hasta la 5 fila y se agrega el desarrollo de un binomio a la potencia 4, relacionando los coeficientes del binomio con los números del triángulo en dicha fila).

Desarrollo



El docente presenta el tema

- **En el desarrollo de una potencia de la forma  $(a + b)^n$  :**

\* La cantidad de términos en el desarrollo será igual al grado del binomio más uno.

\* Los exponentes de a van decreciendo desde n hasta cero, y los de b van creciendo, desde cero hasta n.

\* La suma de los exponentes de cada término es siempre igual a n.

| Etapa | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje | Recursos recomendados |
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
|-------|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|

Desarrollo



El docente presenta el tema

\* El desarrollo es el mismo al del signo positivo, pero en la solución, se alternan los signos de los términos, iniciando con el primer término positivo, el segundo término negativo, el tercero positivo, y así sucesivamente se van intercalando.

**El docente socializa y retroalimenta el desarrollo de la actividad**

**ACTIVIDAD 3. Aplicación del triángulo de Pascal en la geometría**

El docente presenta tres figuras geométricas (dos cuadrados y un cubo) con algunas de sus medidas, y solicita a los estudiantes calcular el área o el volumen (según el caso) de dichas figuras, aplicando el triángulo de Pascal(S/ K2.1., 2.2.,2.3.,2.4.,2.5.,2.6.,2.7).

Respuestas

a)

área del cuadrado 1:  $(2x+y)^2=4x^2+4xy+y^2$

área del cuadrado 2:

|  $(3a+2b)^2= 9a^2+12ab^2+4b^4$

b)volumen del cubo:

$(2-3y)^3 = 8-36y+54y^2-27y^3$

**Recurso 7  
Recurso Interactivo**

Donde se dan dos cuadrados y un cubo para hallar el área y el volumen respectivamente. El joven debe trabajar con el triángulo de pascal.

**Material del estudiante**

Resumen



Resumen

El docente presenta un resumen por medio de un interactivo.

**Material del estudiante**

Tarea



Tarea

Q1. Se desea cubrir el área de una terraza de forma cuadrada con una carpa plástica.

Si un lado de la terraza tiene como medida  $4x+3z$  ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la carpa?


R/  $16x^2+24xz+9z^2$

Q2. La siguiente gráfica presenta un complejo acuático con algunas de sus medidas. A partir de dichas medidas,

**Material del estudiante**

Diferentes medios de referencia.

Ejercicios para resolver.

| Etapa   | Flujo de aprendizaje | Enseñanza/Actividades de aprendizaje   | Recursos recomendados |
|---|----------------------|--|-----------------------|
| <p><b>Tarea</b></p>  | <p>Tarea</p>         | <p>calcula el área total de las piscinas.</p> <p>Se presentan cuatro piscinas en formas cuadradas, unidas en un solo punto, y tres medidas para que el estudiante concluya las demás y pueda calcular el área del complejo acuático.</p> <p>R/<math>40x^2+40xy+10y^2</math></p> <p>Q3. Se presenta un cubo y se da la medida de uno de sus lados <math>4X+3</math>. Y se solicita a los estudiantes calcular su volumen.</p> <p>R/ <math>64x^3+144x^2+108x+27</math></p> |                       |