

Materia Matemáticas	Grado 9	Unidad de aprendizaje El triángulo: un polígono con propiedades especiales
Título del objeto de aprendizaje		Aplicación de los criterios de semejanza de triángulos en la resolución de problemas
Objetivos de aprendizaje	Interpretar los criterios de semejanza en la solución de problemas Distinguir la semejanza entre figuras geométricas. Diferenciar cada uno de los criterios de semejanza dadas sus características. Solucionar problemas aplicando los criterios de semejanza.	
Habilidad/ conocimiento	<p>SCO 1. Reconoce la semejanza entre diferentes elementos geométricos</p> <p>1.1 Identifica la semejanza de segmentos. 1.2 Describe la semejanza de ángulos. 1.3 Determina la proporcionalidad entre las medidas de los lados de dos figuras semejantes.</p> <p>SCO 2. Reconoce los criterios de semejanza de triángulos.</p> <p>2.1. Identifica el postulado de semejanza A.A. 2.2. Identifica el criterio de semejanza L.A. L. 2.3. Identifica el criterio de congruencia L. L. L. 2.4. Relaciona el teorema de Tales como una aplicación de la semejanza de triángulos. 2.5. Caracteriza la semejanza de triángulos como reflexiva, simétrica y transitiva.</p> <p>SCO 3. Utiliza los criterios de semejanza de triángulos en la resolución de problemas.</p> <p>3.1. Representa con modelos geométricos los problemas. 3.2. Identifica el criterio de semejanza adecuado en la solución de un problema. 3.3. Emplea notación matemática en la solución de problemas. 3.4. Sustenta la elección del criterio de semejanza adecuado en la solución de un problema. 3.5. Demuestra los criterios de semejanza. 3.6. Formula problemas a partir de un modelo geométrico de semejanza.</p>	
Flujo de aprendizaje	Introducción: Tomando fotocopias Objetivos Actividad 1. Comparando fotocopias. Actividad 2. Telarañas. Actividad 3. Triángulos semejantes en diferentes lugares. Resumen Tareas	
Guía de valoración	Con los ejercicios se pretende que el estudiante conozca los criterios de semejanza entre triángulos y los identifique para solucionar problemas que los involucren.	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Introducción Introducción Introducción: Tomando fotocopias

Recurso Interactivo



En un recurso interactivo se muestra que se toman fotocopias a color ampliadas de un cuadro.



Original



Material del estudiante

Copia

El docente pregunta a los estudiantes ¿Cuáles son los cambios que se producen en la fotocopia del cuadro? ¿Qué cosas no cambian cuando se realiza la fotocopia del cuadro?

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Introducción

Introducción

En el material del estudiante está un dibujo (como se muestra en el ejemplo) y se pide a los estudiantes que en una cuadrícula dibujen cómo sería una fotocopia del dibujo ampliada al 150%.



El docente presenta los objetivos en un recurso interactivo.

Recurso interactivo: Objetivos

Desarrollo

El docente presenta el tema

Actividad 1. Comparando fotocopias (S/k 1.1 – S/k 1.2. – S/k 1.3)

El docente muestra un recurso interactivo con fotocopias de un dibujo ampliado (como se muestra en el ejemplo) con su fotocopia ampliada al 150%.

En un recurso interactivo de completar se muestra un dibujo con su fotocopia, se pide a los estudiantes hallar la medida de tres lados correspondientes de las fotocopias y completarlas en el recurso (el docente valida las respuestas) con estas medidas el docente les pide hallar la razón entre ellas y que las anoten en el material del estudiante.

En el material del estudiante, se realiza el mismo procedimiento anterior, con diferentes imágenes originales y sus fotocopias, teniendo en cuenta que se deben hallar la razón entre cada trío de pares de lados correspondientes.

Al realizar la razón se observa que siempre es la misma para todos los lados correspondientes y que estos segmentos son semejantes.

El docente pide a los estudiantes que en el material del estudiante anoten las características de los segmentos semejantes.

En el recurso interactivo se muestra que los segmentos de las figuras semejantes cumplen una relación de proporcionalidad.

En un recurso interactivo los estudiantes deben seleccionar las parejas de medidas que pertenecen a figuras semejantes.



Actividad 1: Recurso interactivo de plantilla de completar espacios en blanco, selección múltiple y listas desplegables.

Material del estudiantes

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

$$\frac{3}{6} = \frac{15}{30}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{40}{15}$$

$$\frac{15}{3} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{10}{5}$$

$$\frac{21}{3} = \frac{63}{9}$$

En el recurso interactivo se muestra nuevamente la imagen original y su fotocopia, ahora se pide a los estudiantes que hallen la medida de sus ángulos con un transportador y los completen en el recurso.

Comparando los ángulos correspondientes entre la imagen original y su fotocopia se debe guiar a los estudiantes a que concluyan que en dos figuras semejantes, los ángulos correspondientes son iguales. La conclusión se escribe en el recurso interactivo para ser socializada.

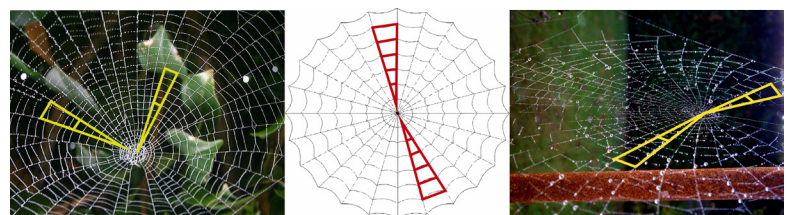
En el material del estudiante aparecen nuevamente diferentes pares de figuras y se pide a los estudiantes medir sus ángulos y compararlos según su correspondencia. Los estudiantes deben corroborar si las figuras son o no son semejantes.

El propósito de esta actividad es que los estudiantes reconozcan las características de las figuras semejantes.

Actividad 2: Telarañas (S/k 2.1 – S/k 2.2. – S/k 2.3 – S/k 2.4 – S/k 2.5)

En un recurso interactivo se muestra que las arañas tienen unas glándulas que se encuentran en el abdomen, las cuales proveen del material para hacer las telarañas y utilizan el viento especialmente cuando están entre dos árboles para darle dirección a la elaboración y crean un patrón para elaborarla.


El docente muestra un recurso interactivo de aparecer donde se resaltan los diferentes triángulos que se encuentran en las telarañas.




Actividad 2:

Recurso Interactivo

Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p data-bbox="126 222 261 254">Desarrollo</p> 	<p data-bbox="321 222 456 317">El docente presenta el tema</p>	<p data-bbox="488 222 1261 380">En el material del estudiante aparecen las imágenes de las telarañas y se pide a los estudiantes que hallen usando un transportador, la medida de dos ángulos que sean correspondientes y anoten sus medidas, para luego completar en una de las imágenes en el recurso interactivo.</p> <p data-bbox="488 411 1261 569">El docente discute con sus estudiantes que estos ángulos tienen la misma medida entonces les pregunta ¿Será que estos dos triángulos son semejantes? Entonces les pide que recurran a medir sus lados para comprobar si son proporcionales y a medir el tercer ángulo si son iguales.</p> <p data-bbox="488 600 1261 663">En el recurso interactivo se completan las medidas solicitadas.</p> <p data-bbox="488 695 1261 915">En el material del estudiantes hay un cuadro para completar donde ellos deben colocar los criterios de semejanza con ejemplos, entonces el docente explica a los estudiantes que un criterio es AA que significa que si dos triángulos tienen igual medida en dos de sus ángulos correspondientes son semejantes y les pide que anoten esto y den un ejemplo en el espacio dado por el material del estudiante.</p> <p data-bbox="488 947 1261 1241">En un recurso interactivo de aparecer y completar se muestran las tres medidas de los lados de dos triángulos y se pide a los estudiantes identificar los lados correspondientes y realizar la razón y anotarlas, después se pregunta a los estudiantes si los lados son proporcionales, entonces ellos dicen que sí y después se les pregunta ¿será que estos triángulos son semejantes? Entonces se pide a los estudiantes que midan los ángulos y observan que son iguales por tanto si son semejantes.</p> <p data-bbox="488 1272 1261 1461">Entonces el docente explica a los estudiantes que otro criterio es LLL que significa que si dos triángulos tienen medidas proporcionales en sus tres lados entonces los triángulos son semejantes y les pide que anoten esto y den un ejemplo en el espacio dado por el material del estudiante.</p> <p data-bbox="488 1493 1261 1839">En un recurso interactivo se muestran dos medidas de lados correspondientes y el ángulo que se forma con estos dos lados y se pide a los estudiantes identificar los lados correspondientes y realizar la razón y anotarlas, después se pregunta a los estudiantes si los lados son proporcionales, entonces ellos dicen que sí y después se les pregunta ¿Y cómo es la relación entre los ángulos? Entonces contestan que tienen la misma medida ¿será que estos triángulos son semejantes? Entonces se pide a los estudiantes que midan en el material del estudiante, los otros dos ángulos y el tercer lado y observan si son semejantes.</p> <p data-bbox="488 1871 1261 1997">Entonces el docente explica a los estudiantes que otro criterio es LAL que significa que si dos triángulos tienen medidas proporcionales en dos de sus lados correspondientes y el ángulo que se forma con estos dos lados tienen la misma</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>medida, entonces los triángulos son semejantes y les pide que anoten esto y den un ejemplo en el espacio dado por el material del estudiante.</p> <p>En un recurso interactivo de relacionar se muestran parejas de triángulos los cuales tienen diferentes medidas para ser relacionadas con: Semejantes por criterio AA, semejantes por criterio LLL, semejantes por criterio LAL, no son semejantes.</p> <p>En un recurso interactivo de texto se muestra ¿Recuerdas el teorema de Tales? Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.</p> <p>En un recurso interactivo de aparecer nuevamente se muestra la telaraña y se resalta un ejemplo del teorema de Tales ¿Y el profesor pregunta estos triángulos son semejantes? ¿Por qué? Los estudiantes dicen que sí porque hay proporcionalidad en los lados de acuerdo al teorema de Tales y comparten un ángulo, entonces por el criterio LAL son semejantes.</p> <p>El docente indica a los estudiantes que ahora observarán tres características de la semejanza: reflexiva, simétrica y transitiva.</p> <p>Utilizando ejemplos gráficos con la telaraña, para cada característica:</p> <p>Se encuentran dos triángulos congruentes y se pregunta ¿Estos triángulos son semejantes? Los estudiantes contestan que sí y se socializan las respuestas. Finalmente se expone la propiedad reflexiva.</p> <p>Se muestran dos triángulos que son semejantes y se concluye que si el primer triángulo es semejante al segundo entonces el segundo triángulo al primero. Finalmente se muestra la propiedad simétrica.</p> <p>Se muestran tres triángulos donde el primero es semejante con el segundo y el segundo con el tercero, se pide a los estudiantes que comparen los triángulos: primero y tercero, se debe guiar a los estudiantes a concluir que son semejantes. Finalmente se muestra la propiedad transitiva.</p> <p>El propósito de esta actividad es que el estudiante conozca los criterios de semejanza y utilicen el teorema de Tales para corroborar la semejanza entre triángulos.</p>	

Actividad 3. Triángulos semejantes en diferentes lugares
(S/k 3.1 – S/k 3.2. – S/k 3.3 – S/k 3.4 – S/k 3.5 – S/k 3.6)

En un recurso interactivo aparece un castillo de naipes

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

(ejemplo) y se pide a los estudiantes que identifiquen si hay triángulos semejantes.



El docente discute con los estudiantes que el triángulo más grande es semejante con el más pequeño porque al mirar y comparar el número de naipes de cada lado se observan que son proporcionales entonces por el criterio LLL son semejantes.

Y el docente pide a los estudiantes que en el material del estudiante expliquen por qué escogieron este criterio para esta situación y contesten ¿Se puede decir que todos los triángulos equiláteros son semejantes? ¿Por qué?

En el material del estudiante se pide a los estudiantes que demuestren que dos triángulos del castillo de naipes son semejantes utilizando el teorema de Tales (al completar la demostración se debe utilizar la notación matemática apropiada)

En un recurso interactivo se muestran diferentes imágenes de triángulos semejantes, (ejemplo) y se pide a los estudiantes que en el material del estudiante planteen

Actividad 3:

Recurso Interactivo

Material del estudiante

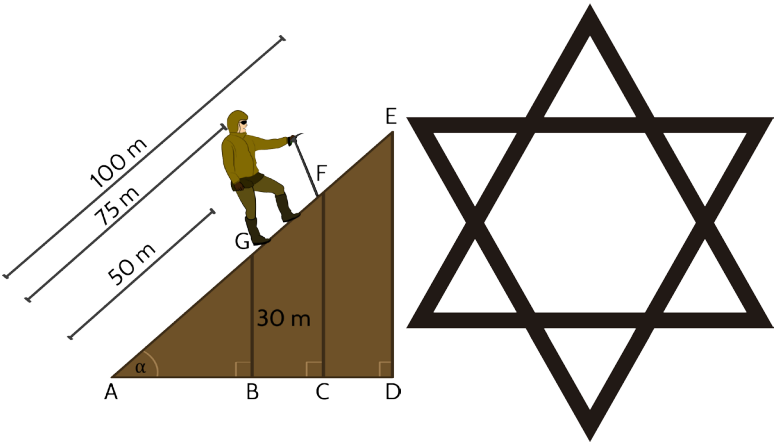
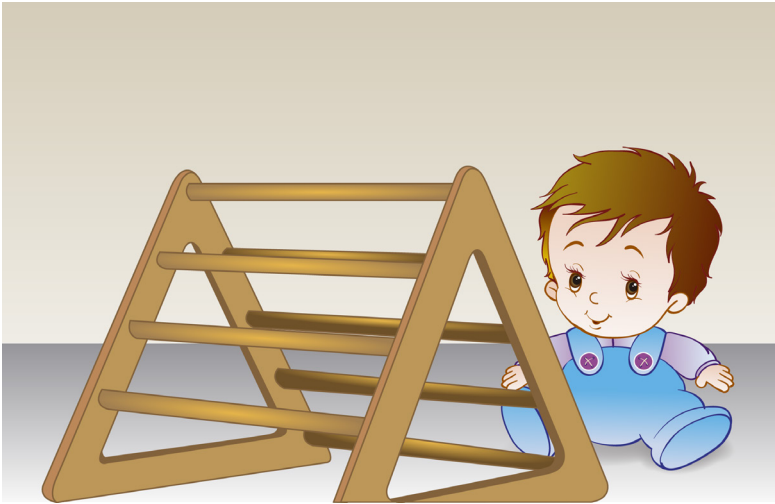
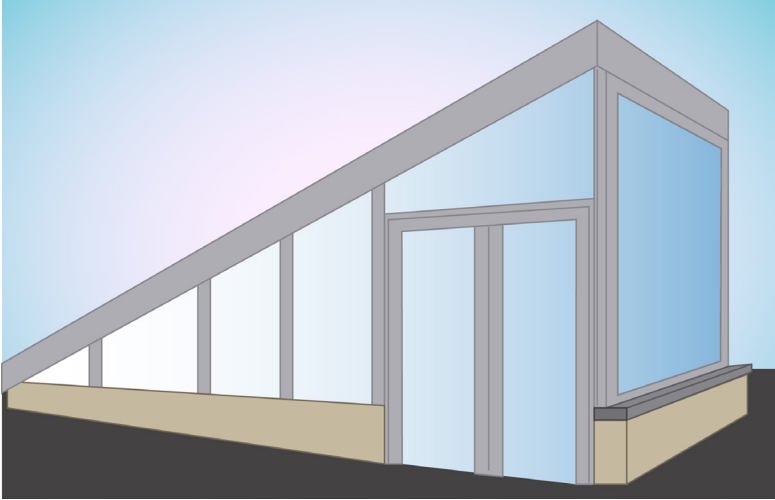
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

problemas que involucren los triángulos que se pueden identificar en cada imagen y utilicen como contexto lo que muestra la figura.



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

En un recurso interactivo de rompecabezas se encuentra la demostración del criterio de semejanza LLL.

Tercer criterio de semejanza de triángulos: Si dos triángulos tienen sus lados proporcionales, entonces son semejantes.

Dem.: Sean $\triangle ABC$ y $\triangle A_1B_1C_1$ tales que $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \lambda$

Si $\lambda = 1$ entonces los triángulos tienen los lados iguales y por el tercer criterio de congruencia (LLL) los triángulos son congruentes.

Supongamos ahora $AB > A_1B_1$ y construimos $\triangle AB'C'$ en posición de Thales con $\triangle ABC$, con $AB' = A_1B_1$ como en la demostración del primer criterio. Entonces

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

de donde se deduce que $B_1C_1 = B'C'$ y $A_1C_1 = AC'$. Por el tercer criterio de congruencia $\triangle AB'C' \cong \triangle A_1B_1C_1$

Entonces $\triangle ABC \sim \triangle AB'C' \cong \triangle A_1B_1C_1$

En el material del estudiante se pide que demuestren los otros dos criterios.

Con esta actividad se pretende que los estudiantes utilicen los criterios de semejanza al identificar si dos triángulos son semejantes.

Resumen



Resumen

El docente presenta un resumen por medio de un interactivo con un mapa conceptual donde se muestran los criterios con un ejemplo de cada uno.

Recurso Interactivo

Material del estudiante

Tarea



Tarea

1. Determinar cuáles de las siguientes figuras son semejantes

Ejercicios para resolver.

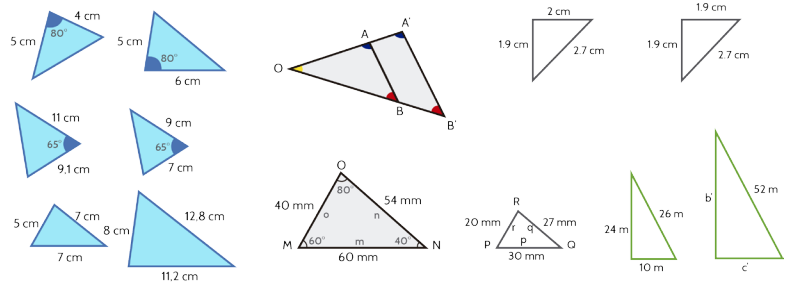
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Tarea

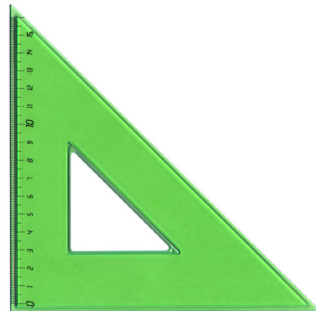


Tarea

2. Determinar si los siguientes triángulos son semejantes y por cual criterio



3. Encierra las imágenes donde hay triángulos semejantes (ejemplos) y explicar.



125 mt

