

Materia
Matemáticas

Grado
9

Unidad de aprendizaje
Descubriendo medidas a partir de la forma

Título del objeto de aprendizaje

Resolución de problemas relacionados con formas esféricas

Objetivos de aprendizaje

1. Desarrollar procesos de solución de situaciones problema relacionadas con la forma, área de la superficie y volumen de la esfera.
 - Caracterizar objetos con forma esférica a partir del área de su superficie.
 - Reconocer las formas esféricas a partir de los elementos que la componen.
 - Caracterizar objetos con forma esférica a partir del volumen.
 - Relacionar los volúmenes de esferas, conos y cilindros en la solución de situaciones problema.

Habilidad/ conocimiento

1. **SCO: Describe formas esféricas presentes en tu entorno.**
 - 1-1. Representa por medio de un dibujo objetos con forma esférica.
 - 1-2. Identifica el centro, radio y la circunferencia máxima de la esfera.
 - 1-3. Construye la noción de esfera
2. **SCO: Reconoce el área de la superficie de la esfera**
 - 2-1. Identifica la medida del radio de la esfera.
 - 2-2. Identifica el círculo máximo de la esfera.
 - 2-3. Identifica la relación entre el área del círculo máximo de una esfera y el área de la superficie.
 - 2-4. Identifica por medio de un proceso gráfico la expresión que permite determinar la superficie de una esfera.
 - 2-5. Argumenta procedimientos y estrategias en el cálculo de áreas.
 - 2-6. Calcula el área total de la superficie de una esfera.
 - 2-7. Determina el radio del círculo máximo de la esfera a partir de conocer su área.
3. **SCO: Reconoce el volumen de la esfera.**
 - 3-1. Interpreta la medida del volumen de un cuerpo geométrico.
 - 3-2. Identifica el radio de la esfera.
 - 3-3. Identifica por medio de un proceso gráfico la expresión que le permite determinar el volumen de una esfera.
 - 3-4. Calcula volúmenes de esferas.
 - 3-5. Realiza simulación en programas interactivos sobre el volumen de la esfera.
4. **Resolución de problemas relacionados con volúmenes de esferas, cilindros, y conos.**
 - 4-1. Reconoce el volumen de esferas, cilindros y conos.
 - 4-2. Identifica el proceso realizado por Arquímedes para determinar el área de la esfera.
 - 4-3. Reconoce la relación entre el volumen de la esfera y el cilindro a partir del proceso realizado por Arquímedes.
 - 4-4. Calcular volúmenes de esferas inscritas en cilindros.
 - 4-5. Relacionar volúmenes de esferas, conos y cilindros.
 - 4-6. Realiza experimentos con esferas, cilindros y conos para encontrar volúmenes.

Flujo de aprendizaje

Introducción → Desarrollo → Actividades de comprensión → Resumen → Evaluación

- **Introducción**

En nuestro planeta podemos observar diversas formas esféricas. En el video se visualizan diferentes formas esféricas aplicadas al deporte; el personaje del video es un astronauta que visualiza diferentes jugadas de futbol, baloncesto, golf y billar, desde la luna.

- **Objetivos**

se proyectan los objetivos planteados en este LO y se redactan nuevos, si el profesor lo desea.

- **Actividades principales**

Actividad 1: Observación de la animación sobre la formación de la esfera. Requiere que el estudiante describa el proceso de formación.

Actividad 2: Construyendo la noción de esfera. Se requiere completar la definición de esfera, partiendo de palabras claves.

Actividad 3: Identificación del centro, radio y la circunferencia máxima de la esfera.

Actividad 4: Partiendo de una animación se presenta la información sobre la medida del radio de la esfera, teniendo como referencia el teorema de Pitágoras.

Actividad 5: Determinar el concepto y la medida del círculo máximo y menor.

Actividad 6: Interactivo sobre el volumen de la esfera y su conformación, partiendo de los estudios de Arquímedes y Cavalieri.

Actividad 7: Determinando el volumen de la esfera.

Actividad 8: Ejercicio para hallar el volumen de una esfera, partiendo de su ecuación matemática.

Actividad 9: Ejercicios relacionando el área, el volumen y el radio de la esfera.



- **Resumen**

- **Tarea**

Guía de valoración

Describe formas cónicas presentes en tu entorno, reconociendo los elementos de las secciones circulares.

Argumentación de procedimientos y estrategias en el cálculo de áreas y volúmenes en secciones circulares.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 	Introducción	<p>El docente presenta un video con el objetivo de evidenciar las características de la esfera. Desde el espacio un astronauta observa la tierra mientras que en una tablet observa las jugadas más representativas, en los deportes que usan esferas.</p> <p>En su Material del estudiante responde las siguientes preguntas, partiendo de lo observado en la introducción.</p> <p>¿Qué tienen en común los objetos con los que se juegan los deportes mostrados?</p> <p>¿Cuáles son las características de este objeto?</p> <p>¿A partir de qué figura geométrica se forma la esfera?</p> <p>El estudiante debe dibujar y describir tres objetos que utilice en la cotidianidad y que tengan forma esférica.</p>	<p>Recurso 1 video</p> <p>Recurso 2 Recurso interactivo Preguntas con opción de resolver</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Material del estudiante</p>
Desarrollo 	El docente presenta el tema	<p>Actividad 1: (Skill 1-1)</p> <p>El docente pide que observen la animación de cómo se forma la esfera.</p> <p>El estudiante responde a la pregunta planteada. ¿Cuál es la figura geométrica a partir de la cual se forma la esfera?</p> <p>Los estudiantes describen el proceso de formación de la esfera.</p> <hr/> <p>Actividad 2: (Skill 1-3) Construyendo la noción de esfera</p> <p>El docente presenta a los estudiantes una serie de palabras que se relacionan con la definición de esfera.</p> <p>A continuación el docente pide a los estudiantes que expresen los conceptos o ideas para organizar las palabras. Para finalizar cada estudiante en su Material escribe la definición que considera más acertada.</p> <p>El docente presenta la definición de esfera, los estudiantes ubican en su material una segunda definición, agregando lo que consideren necesario, después de la explicación del docente.</p>	<p>Recurso 3 Animación Formación de la esfera a partir de la revolución de la circunferencia</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso 4 Interactivo Se presentan las palabras relacionadas con el concepto de esfera, con posibilidad de escribir su definición.</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso 5 Interactivo Presentación de la definición de esfera.</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Actividad 3: (Skill 1-2 y 2-1)

El docente presenta un interactivo en el que se identifica el centro, radio y la circunferencia máxima de la esfera.

Recurso 6 Interactivo
Al dar clic se muestran las líneas más importantes de la esfera con una definición.

Los estudiantes señalan, en la imagen de una esfera, cada uno de los elementos que la integran. Señala: radio, cuerda, centro, circunferencia máxima, polos y diámetro.

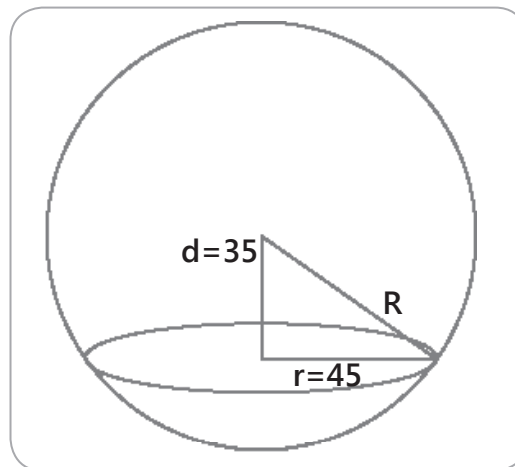
Material del estudiante

Actividad 4: (Skill 2-7 y 3-2)

El docente por medio del interactivo posibilita que el estudiante identifique la medida del radio de la esfera.

Recurso 7 Interactivo
Sobre el proceso para hallar el radio de la esfera.

Presenta el siguiente ejercicio para hallar el radio de la esfera. Parte de la siguiente imagen. Para su solución se debe aplicar el teorema de Pitágoras.



$$R = \sqrt{d^2 + r^2}$$

Aplicando la fórmula y reemplazando los valores determinados.

$$R = \sqrt{(35\text{cm})^2 + (45\text{cm})^2}$$

Realizamos la operación de los paréntesis y tenemos:

$$R = \sqrt{1225\text{cm}^2 + 2025\text{cm}^2}$$

$$R = \sqrt{3250\text{cm}^2}$$

$$R = 57,01\text{cm}^2$$

El estudiante resuelve en su material el ejercicio planteado, para hallar el radio de la esfera.

Material del estudiante
Ejercicio de aplicación

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Actividad 5 : (Skill 2-2 y 2-3)

Actividad práctica:

El docente presenta un interactivo que muestra de manera práctica de cómo identificar el área de la esfera.

(Es importante que el docente con anterioridad solicite a los estudiantes llevar los siguientes elementos:

- Media esfera de icopor.
- Un trozo de cuerda.
- Cartulina o cartón.
- Tijeras

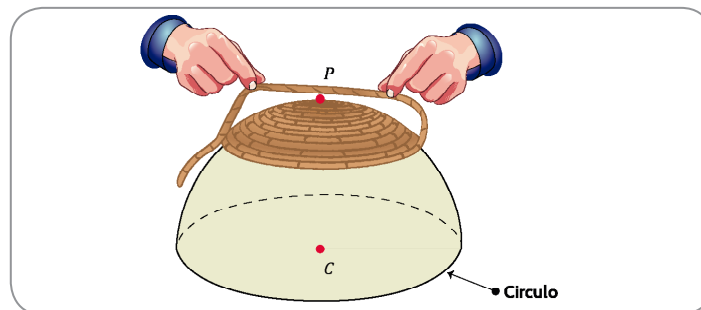
Recurso 8 Interactivo
Actividad práctica.

El estudiante realiza la actividad práctica planteada por el docente.

Material del estudiante

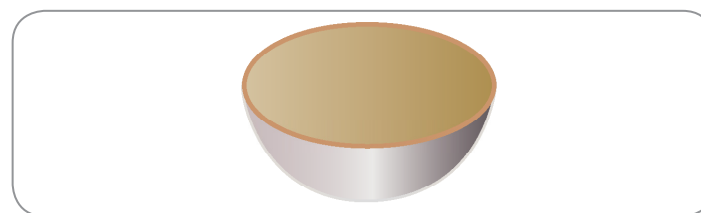
Teniendo como referencia los elementos solicitados por el docente vamos a realizar la actividad:

1. Para empezar vamos a cubrir la superficie de la semiesfera con la cuerda dándole una vuelta.



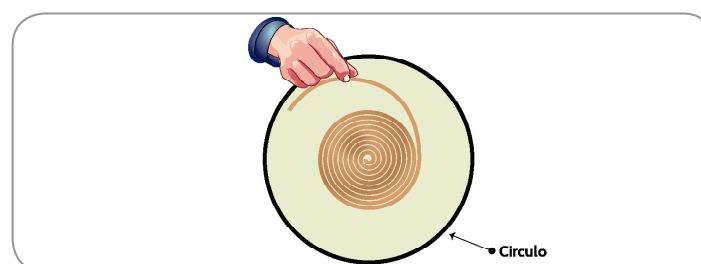
2. Cuando termines de cubrir la semiesfera completamente, corta la cuerda y mídela.


Ahora toma la semiesfera y gírala, utilizando la cartulina cubre la parte superior.



Material del estudiante

3. Cuando hayas realizado este procedimiento empieza a cubrir esta superficie con la cuerda que utilizaste anteriormente y anota lo que observaste.

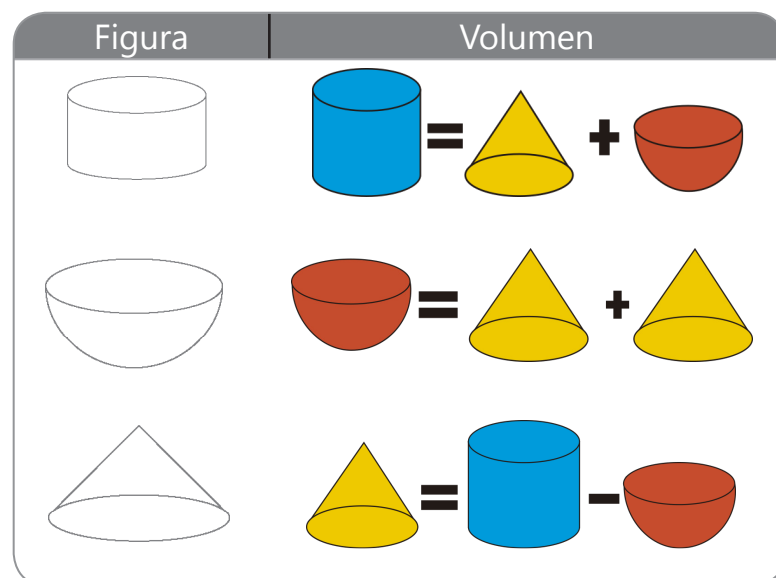


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>El estudiante responde en su material las preguntas sobre la actividad desarrollada. Compara la medida de las cuerdas. ¿Cuál midió más?, ¿cuál es la relación entre las dos medidas?</p> <p>RECUERDA: El área del círculo es igual a $A = \pi \cdot r^2$</p> <p>¿Qué puedes concluir del área de la semiesfera?</p> <p>Con las observaciones anteriores ¿cuál será el área de la esfera?</p> <p>El docente presenta un interactivo para ejemplificar el concepto de círculo máximo y menor.</p> <p>Los estudiantes completan en su material la información sobre el círculo máximo y menor. El docente presenta por medio de la multimedia la información sobre el área del círculo máximo.</p> <p>El estudiante resuelve en su material los ejercicios planteados.</p>	<p>Recurso 9 Interactivo Presentación del concepto de círculo máximo y su área.</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso 10 video Sobre los estudios de Arquímedes y Cavalieri, con referencia al volumen y al área de la esfera.</p>

Actividad 6: (Skill 4-1, 4-2, 4-3, 4-5 y 4-6)

El docente presenta mediante un video los estudios de Arquímedes y Cavalieri sobre el volumen y área de la esfera.

Los estudiantes partiendo de la información observada en el video, completan en su material la información correspondiente a cada cuerpo geométrico para determinar su volumen.



Material del estudiante

Material del estudiante
Completar tabla
 Sobre el volumen de la esfera

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



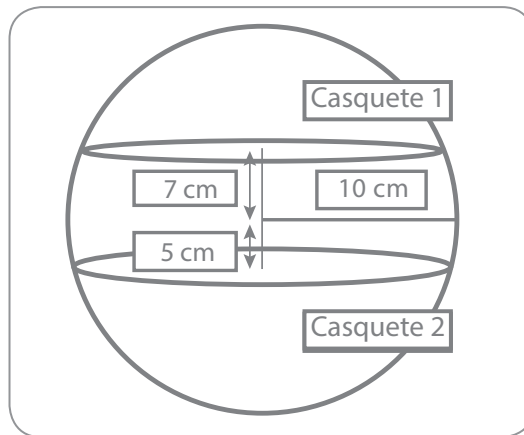
El docente presenta el tema

El estudiante en compañía del docente realiza un ejercicio planteado sobre el área de la zona esférica y el área de la esfera.

Recurso 11 Interactivo

Para explicar el ejercicio sobre el área de la zona esférica y el área de la esfera.

De la zona esférica que resulta de cortar una bola de 20 cm de diámetro, figura 25, con dos planos paralelos que dista, respectivamente 5 cm y 7 cm del centro de la esfera.



Calcula el área de la zona esférica y el área de la esfera

Recordemos los siguientes datos:

El área de la zona esférica se expresa así:

$$A_{Zona\ esférica} = A_{esfera} - (A_{casquete\ 1} + A_{casquete\ 2})$$

El área de la esfera (del casquete) se expresa así:

$$A_{casquete} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Primero determinemos el casquete del corte de 7cm y a este lo nombramos número 1.

Al casquete de 5 cm lo denominaremos 2.

$$A_{casquete} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Tenemos entonces para el casquete 1

$$A_{casquete1} = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 7 = 140\pi$$

Ahora para el casquete 2

$$A_{casquete2} = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 5 = 100\pi$$

Conociendo el área de la esfera que es:

$$A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Reemplazando se tiene

$$A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot 10^2 = 400\pi$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Ahora para determinar el área de la zona esférica,

$$A_{Zona\ esférica} = A_{esfera} - (A_{casquete\ 1} + A_{casquete\ 2})$$

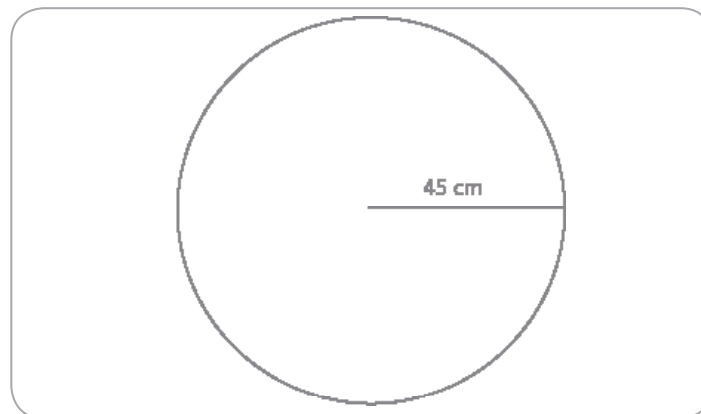
$$A_{Zona\ esférica} = 400\pi - (140\pi + 100\pi) = 160\pi$$

Realizando la multiplicación por π , se tiene: 502,4 cm² aproximadamente es la respuesta al área de la zona esférica.

Recurso 12 Interactivo
 Información del desarrollo del ejercicio sobre volumen de la esfera.

Actividad 7: (Skill 3-1, 3-3 y 4-2)

Partiendo de la información presentada en el video de la actividad 6, sobre los estudios de Arquímedes y Cavalieri, realiza el siguiente ejercicio.



Para determinar el volumen de la esfera es:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot (45\text{cm})^3$$

Material del estudiante

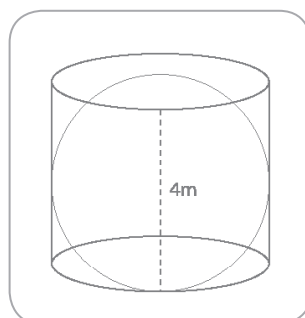
Ahora realizamos la operación

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 91125^3$$

$$V = 121500 \pi \text{ cm}^3$$

$$V = 381703,507 \text{ cm}^3$$





El estudiante debe realizar el ejercicio planteado.



Actividad 8: (Skill 3-4 y 3-5)

El docente solicita realizar un ejercicio sobre el área y volumen de la esfera.

Recurso 13 Interactivo
 Ejercicio y solución.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Teniendo como referencia el siguiente planteamiento: calcular el área y el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 4m de altura.</p> <p>La expresión matemática para hallar el área es:</p> $A=4\cdot\pi\cdot r^2$ <p>Para determinar el volumen de la esfera es:</p> $V=4/3\pi\cdot r^3$ <p>El radio es: 2</p> <p>La solución para el ejercicio es: Área de la esfera: 50,26 cm²</p> <p>Volumen de la esfera:33,51 cm³</p> <p>El estudiante resuelve en su material los ejercicios propuestos, partiendo de la información presentada anteriormente.</p> <p>El estudiante plantea un ejercicio con su respectiva solución. Debe ser socializado al finalizar la clase.</p>	<p>Material del estudiante</p> <p>Material del estudiante</p>
<p>Desarrollo</p> 	<p>Socialización</p>	<p>Los estudiantes llegan a la identificación de la relación entre volúmenes de sólidos de revolución.</p> <p>Desarrollan un ejercicio aplicativo y llegan a acuerdos sobre procedimientos empleados.El estudiante plantea un ejercicio con su respectiva solución. Debe ser socializado al finalizar la clase.</p>	<p>Información presentada por el docente en pantalla.</p> <p>Ejercicio resuelto</p> <p>Material del estudiante</p>
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>El docente presenta el resumen apoyándose en una multimedia. En él los estudiantes deben completar la información que hace falta en cada una de las fórmulas de área y de volumen de las siguientes figuras: cono, esfera, cilindro.</p> <p>Posteriormente se realiza una presentación detallada sobre cada elemento de la esfera y su respectiva medida.</p>	<p>Aparece en pantalla la definición y la fórmula para hallar de área lateral y total, y el volumen de la esfera.</p>
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>Los estudiantes con base a los conceptos y términos presentados resuelven tres ejercicios planteados en su material.</p> <p>1. Calcular el área de una esfera que tienen un volumen de 216 πcm³.</p> $v=(4\pi r^3)/3$ $216\pi\text{ cm}^3=(4\pi r^3)/3$	<p>Material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Tarea

Tarea



$$216\pi \text{ cm}^3 / (4\pi/3) = r^3$$

$$648\text{cm}^3/4=r^3 \text{ al simplificar da } 162\text{cm}^3=r^3$$

Extraemos la raíz cubica a ambos lados para hallar el radio

$$\sqrt[3]{162\text{cm}^3}=\sqrt[3]{r^3}$$

$$5.45\text{cm}=r$$

$$A=4\pi r^2$$

$$A=4\pi.(5.45\text{cm})^2$$

$$A=4\pi.29.70\text{cm}^2$$

$$A=118.8\pi \text{ cm}^2$$

Material del estudiante

2. El volumen de una esfera es de 52 cm^3 . Calcula el área de la sección transversal que pasa por su diámetro.

$$V=52\text{cm}^3$$

$$V=4/3 \pi r^3$$

$$52\text{cm}^3=4.18r^3$$

$$52\text{cm}^3/4.18=r^3$$

$$12.44\text{cm}^3 = r^3$$

Sacamos raíz cúbica a ambos lados

$$\sqrt[3]{12.44\text{cm}^3}=\sqrt[3]{r^3}$$

$$2.31\text{cm}=r$$

$$A=2\pi r^2$$

$$A=2\pi(2.31)^2$$

$$A=2.\pi.5.33$$

$$A=10.66\pi\text{cm}^2$$

Material del estudiante

3. El área de una superficie esférica es $116\pi \text{ cm}^2$. Calcula el volumen de otra esfera cuyo radio mide el triple que la esfera anterior.

$$A=4\pi r^2 \quad A=116\pi\text{cm}^2$$

$$4\pi r^2=116\pi\text{cm}^2$$

$(116\pi\text{cm}^2)/4\pi=r^2$ al simplificarse tenemos

$$29\text{cm}^2=r^2$$

$$\sqrt{r^2}=\sqrt{29\text{cm}^2}$$

$$r=5.38\text{cm}$$

Material del estudiante

Como el problema dice que el radio de la otra esfera es el triple del que hallamos entonces

$$r=3r \text{ por lo tanto } r=3(5.38\text{cm})=16.14\text{cm}$$

$$V=4/3 \pi r^3$$

$$v=(4\pi(16.14\text{cm})^3)/3$$

$$v=4/3 \pi(4204.4\text{cm}^3)$$

$$V=(16.817.85\pi\text{cm}^3)/3$$

$$V=5.605.95\pi\text{cm}^3$$