

Materia Matemáticas	Grado 9	Unidad de aprendizaje Extrayendo información de nuestro entorno: el análisis de tablas y gráficos
-------------------------------	-------------------	---

Título del objeto de aprendizaje Resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

Objetivos de aprendizaje

1. Resolver problemas mediante la solución de sistemas de ecuaciones de dos ecuaciones con dos incógnitas
 - Identificar propiedades de las igualdades que le permitirán resolver ecuaciones.
 - Resolver situaciones problema que pueden ser modeladas con ecuaciones lineales 2×2 .

Habilidad/ conocimiento

SCO 1: Deducción de propiedades de las igualdades

- 1-1. Realiza sumas a ambos lados de una igualdad.
- 1-2. Conjetura acerca de las características que debe tener la suma a ambos lados de la igualdad para que la igualdad se mantenga.
- 1-3. Realiza multiplicaciones a ambos lados de una igualdad.
- 1-4. Conjetura acerca de las características que debe tener la multiplicación a ambos lados de la igualdad para que la igualdad se mantenga.
- 1-5. Verifica si al sumarse o restarse dos igualdades el resultado también es una igualdad.

SCO 2: Reconoce los métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales

- 2-1. Identifica los elementos de una ecuación lineal.
- 2-2. Describe cada pareja ordenada (x,y) de una ecuación lineal, como una solución por que hace verdadera la igualdad.
- 2-3. Identifica un sistema de ecuaciones como un conjunto de dos ecuaciones lineales con dos variables
- 2-4. Resuelve un sistema de 2 ecuaciones mediante el proceso de sustitución.
- 2-5. Resuelve un sistema de 2 ecuaciones mediante el proceso de eliminación.
- 2-6. Resuelve un sistema de 2 ecuaciones mediante el proceso de igualación.
- 2-7. Resuelve un sistema de 2 ecuaciones mediante el proceso gráfico.
- 2-8. Resuelve un sistema de 2 ecuaciones mediante el proceso de determinantes.

Flujo de aprendizaje

Introducción → Desarrollo → Actividades de comprensión → Resumen → Evaluación

- Introducción
 - Objetivos
- Actividades principales



Actividad 1: Aplicando las propiedades de las igualdades
 Actividad 2: Solucionando sistemas de ecuaciones 2×2

- Resumen
- Tarea

Materia Matemáticas	Grado 9	Unidad de aprendizaje Un conjunto numérico especial: los complejos
-------------------------------	-------------------	--

Título del objeto de aprendizaje Identifica las operaciones entre números complejos.

Guía de valoración El estudiante estará en condiciones de plantear un sistema de ecuaciones 2×2 a partir de una situación problema, y realizar el paso a paso para solucionar dichos sistemas por cualquiera de los métodos explicados (igualación, sustitución, eliminación, gráfico y determinantes).

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 	Introducción	<p>El docente usa un video en el cual presenta una situación cotidiana donde un hombre espera una mujer, y a partir de dicha espera se generan un par de interrogantes relacionados con el tiempo y el espacio. Además se describe un suceso con el cometa Halley, sobre el cual, se pretendía saber en qué momento pasaría y por dónde lo haría. Para ambas situaciones se concluye que pueden ser resueltas por sistema de ecuaciones.</p> <p>A partir del video el docente solicita a los estudiantes resolver, en el Material del estudiante, un par de preguntas, así:</p> <p>Actividad introductoria</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles son las variables que se querían conocer en la situación del cometa Halley? • En el video se afirma que las situaciones del cometa Halley, y la de la espera del hombre a la mujer, se pueden representar por ecuaciones. En tus palabras indica por qué crees que esas situaciones se puedan describir así. 	<p>Recurso 1 Video</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso 2 Interactivo</p> <p>Material del estudiante</p>
Desarrollo 	El docente presenta el tema	<p>Actividad 1. Aplicando las propiedades de las igualdades</p> <p>El docente comienza la clase con una serie de preguntas para que los estudiantes participen verbalmente con las respuestas, hasta llegar a un concepto general sobre las propiedades de las igualdades; luego coloca unos ejemplos de solucionar ecuaciones.</p> <p>A continuación se dan algunas preguntas que pueden guiar esta parte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es la finalidad de aplicar las propiedades de las igualdades? • ¿Qué se debe hacer para eliminar un número que está restando al lado de la igualdad donde se encuentra la incógnita, sin que se altere la igualdad? • Si un número está multiplicando a la incógnita ¿qué se debe hacer para eliminarlo, sin que se altere la igualdad? • ¿Qué se debe hacer para eliminar un número que está sumando al lado de la igualdad donde se encuentra la incógnita, sin que se altere la igualdad? • ¿Si la incógnita se encuentra a ambos lados de la igualdad qué se debe hacer para despejar la incógnita? <p>El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.</p>	<p>Recurso 3 Interactivo</p> <p>Selección Completación de párrafos, solución de ecuaciones</p> <p>Preguntas con opción de resolver en el material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Ejercicio 1

En el siguiente ejercicio el docente da una serie de ecuaciones de diversos tipos para que el estudiante seleccione las que son lineales, las cuales debe reconocer fácilmente porque ha venido trabajando con ellas. Luego se toman como ejemplo para mostrar la solución de las ecuaciones lineales para que el estudiante describa lo que se hizo paso a paso.

a. De las siguientes expresiones, selecciona aquellas que son ecuaciones lineales. Para ello márcalas con un

- a) $3x+4=25$
- b) $x/4-12=-16$
- c) $5x^2+3x+2=0$ ()
- d) $2x+7=-5x+9$
- e) $2x^3+5x=0$ ()
- f) $3x \cdot x=-11$ ()

b. ¿Qué características puedes mencionar de ellas? Para ello completa las oraciones tomando las palabras que se dan.

valores, uno, multiplican, variables

R/

- Las incógnitas pueden ser una o más, y se nombran con letras, las cuales representan los valores desconocidos.
- Todas las incógnitas de una ecuación lineal están elevadas a la uno, y no se multiplican entre sí.

c. Observa y describe, en el Material del estudiante, el proceso para resolver las siguientes ecuaciones lineales. Haz clic en los botones para ver las ecuaciones.

R/

1) $3x+4=25$

- $3x+4-4=25-4$
- $3x=21$
- $3x/3=21/3$
- $X=7$

R/ se resta 4 a ambos lados

R/ se realizan las sumas pertinentes

R/ se divide a ambos lados por 3

2) $x/4-12=-16$

- $x/4-12+12=-16+12$
- $x/4=-4$
- $4x/4=-4 \cdot 4$
- $X=-16$

R/ se suma 12 a ambos lados

R/ Se efectúan las sumas indicadas

R/se multiplica por 4 a ambos lados

3) $2x+7=-5x+9$

- $2x+7-7=-5x+9-7$
- $2x=-5x+2$
- $2x+5x=-5x+5x+2$
- $7x=2$
- $7x/7=2/7$
- $X=2/7$

R/se resta 7 a ambos lados

R/ Se realizan las sumas indicadas

R/ Se suma 5x a ambos lados

R/ Se realizan las sumas indicadas

R/se divide por 7 a ambos lados

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Procedimiento para solucionar ecuaciones de primer grado.

Para solucionar una ecuación lineal se utilizan los siguientes procedimientos, los cuales se van a describir a continuación:

1. Simplificar: consiste en efectuar las operaciones que se puedan realizar, respetando las reglas de estas.
2. Despejar: consiste en ubicar en uno de los lados de la ecuación los términos que no tienen parte literal, y al otro lado de la ecuación dejar o trasladar los que sí tienen parte literal. Para este traslado se utilizan las propiedades de uniformidad de las igualdades (suma y resta).
3. Simplificar
4. Despejar: utilizando las propiedades de uniformidad de las igualdades del inverso multiplicativo (multiplicación y división).
5. Simplificar.

Estos procedimientos se emplean el número de veces que sean necesarios, hasta obtener el valor de la incógnita. Además, si no se puede usar o emplear uno de los procesos se debe pasar a emplear el siguiente.

El docente retroalimenta y socializa el desarrollo de la actividad durante la clase

Actividad 2: Solucionando sistemas de ecuaciones 2x2

Esta actividad trabajará los métodos de solución para sistemas de ecuaciones 2x2, pero antes el docente presenta tres ejemplos de sistemas de ecuaciones nxn, y define qué es un sistema de ecuaciones, además da algunas precisiones sobre el nuevo concepto, así:

Un sistema de ecuaciones es un grupo de dos o más ecuaciones que comprenden dos o más variables. Cuando el número de variables es mayor que el de las ecuaciones, por lo general existen muchas soluciones. Por ejemplo, $x + y = 0$ tiene infinitas soluciones. Si el número de variables es menor que el de las ecuaciones, por lo general, no existe solución. Si el número de variables es igual al de las ecuaciones, tenemos una mejor oportunidad de obtener una solución única para el sistema.

Algunos ejemplos de sistemas de ecuaciones son:

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 4 \\ -3x+5y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+5y+4z &= 25 \\ 2x+3y-12z &= 32 \\ 4x-5y-4z &= -14 \end{aligned}$$

Recurso 4 Interactivo
Completación de párrafos
Respuestas a preguntas.
Solución de problemas

Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

$$2a-7b+4c-8d=22$$

$$5a-6b+7c+9d=14$$

$$3a-14b-5c-7d=-11$$

Al final el docente aclara que en las siguientes actividades se van a trabajar algunos métodos para solucionar sistemas de ecuaciones 2×2 , es decir, dos ecuaciones y dos incógnitas.

Además, aclara que los métodos expuestos también se pueden utilizar para la solución de sistemas $n \times n$, es decir, n ecuaciones y n incógnitas, pero estos no son muy eficientes para dichos casos.

Ejercicio 1

En este ejercicio el docente presenta cinco métodos para solucionar sistemas de ecuaciones 2×2 , para que los estudiantes, a partir de ellos respondan una serie de preguntas, así:

Método gráfico

Inicialmente el docente presenta un sistema de ecuaciones y para su solución describe un par de pasos para que el estudiante realice la operación que se describe, así:

Sea el sistema de ecuaciones,

$$2x+y=11$$

$$x+y=8$$

a. Se hallan los valores que deben ir en la gráfica (hazlo por el método de los puntos de corte) En el Material del estudiante haz todo el desarrollo.

R/

$$2x+y=11$$

Si $x=0$, entonces:

$$2(0)+y=11$$

$$y=11 \quad (0,11)$$

Si $y=0$, entonces

$$2x+0=11$$

$$x=11/2$$

$$x=5.5 \quad (5.5; 0)$$

Estos serán los puntos de corte $(0,11)$ $(5.5; 0)$ de la primera ecuación.

$$x+y=8$$

Si $x=0$, entonces:

$$0+y=8$$

$$y=8 \quad (0,8)$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Si $y=0$, entonces
 $x+0=8$
 $x=8$ **$(8,0)$**

Estos sería los puntos de corte de la segunda ecuación $(0, 8)$ y $(8, 0)$

b. Se trazan las rectas en el plano cartesiano con los puntos hallados en el paso anterior (este procedimiento se realiza en el Material del estudiante).

R/ La respuesta a este paso se validará en clase, donde el docente realizará el proceso de retroalimentación y socialización del paso.

Posterior a este proceso, el docente solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas:

A) Escribe las coordenadas del punto de corte de las dos rectas.

R/ $(3, 5)$

B) Reemplaza los valores de corte en el sistema de ecuaciones y verifica si se cumple las igualdades?

R/ta al reemplazar los valores en las ecuaciones se deben de cumplir las igualdades.

Por lo tanto las coordenadas del punto de corte son la solución al sistema.

C) Según las coordenadas del punto de corte y la verificación anterior ¿cuál es el valor de x y cuál es el valor de y?).

R/

$x=3$ $y=5$


Se afianza el concepto con el siguiente párrafo.

Cuando dos rectas que representan un sistema de ecuaciones se cortan en un solo punto, las coordenadas de dicho punto son la única solución al sistema y este recibe el nombre de Sistema compatible determinado.

D) Posteriormente se solicita a los estudiantes resolver, en el Material del estudiante, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 4x+2y &= 4 \\ 6x+3y &= 9 \end{aligned}$$

Para el anterior sistema, se recomienda a los estudiantes utilizar las tablas de valores y como mínimo toma dos puntos para graficar, y una vez lo resuelvan, responder lo siguiente:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles son las coordenadas del punto de corte de las dos rectas? R/ No hay punto de corte, luego no hay coordenadas de punto de corte • Si en el anterior sistema, las rectas se cortaban en un punto, lo que indicaba que tenían una única solución ¿qué puedes concluir con respecto a la solución de este nuevo sistema? R/ Que este sistema de ecuaciones no tiene solución. <p>Luego se define lo anterior de la siguiente forma. Cuando las dos rectas que representan un sistema de ecuaciones son paralelas, el sistema no tiene solución y recibe el nombre de Sistema incompatible.</p> <p>Para el segundo sistema, se solicita que, grafiquen en el plano cartesiano y según la gráfica, concluyan sobre la solución de dicho sistema</p> <p style="text-align: center;">a. $4x+2y=6$ $8x+4y=12$</p> <p>¿En cuántos puntos se cortan estas dos rectas? R/ En infinitos puntos.</p> <p>Teniendo en cuenta los dos sistemas anteriores y sus soluciones, para este nuevo caso ¿cuántas soluciones hay? R/ Infinitas soluciones.</p> <p>Cuando las dos rectas que representan un sistema de ecuaciones se sobreponen, el sistema tiene infinitas soluciones y recibe el nombre de Sistema compatible indeterminado.</p> <p>El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.</p> <p>A partir de lo anterior, el docente institucionaliza el proceso desarrollado para resolver un sistema ecuaciones 2x2, por el método de gráfico, así:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se calculan los valores que deben ir en la gráfica. Mínimo 2 puntos. • Se representan gráficamente las rectas que corresponden a las ecuaciones, donde el punto de corte entre las dos rectas determinan el valor de x y el valor de y, es decir, la solución al sistema. <p>E) Para finalizar, el docente solicita a los estudiantes, aplicar lo anterior en la solución de problema por el método gráfico (se indica que el recurso interactivo solo se presente los resultados, y el desarrollo se haga en el Material del estudiante), así:</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

• La suma de dos números es 10, y la diferencia entre el doble del mayor y el menor es 8 ¿cuáles son los números?

R/

$x =$ número mayor $y =$ número menor

$$\begin{aligned} x+y &= 10 \\ 2x-y &= 8 \end{aligned}$$

Si $x=0$, entonces:
 $0+y=10$
 $y=10$ **$(0,10)$**

Si $y=0$, entonces:
 $x+y=10$
 $x+0=10$
 $x=10$ **$(10,0)$**

En la segunda ecuación
 $2x-y=8$

Si $x=0$, entonces:
 $2(0)-y=8$
 $-y=8$
 $y=-8$ **$(0,-8)$**

Si $y=0$, entonces:
 $2x-y=8$
 $2x-0=8$
 $2x=8$
 $x=8/2$
 $x=4$ **$(4,0)$**

El estudiante traza las rectas por los puntos de corte, y donde se intersecan las rectas, las coordenadas de ese punto son los valores de las variables que son solución al sistema de ecuaciones.

R/ $x=6$ $y=4$

Para los siguientes métodos el docente partirá de una primicia "Los siguientes 3 métodos tienen algo en común; todos buscan obtener del sistema de ecuaciones una ecuación con una sola variable, la cual se soluciona como usualmente se solucianan las ecuaciones de primer grado con una incógnita"
Ten en cuenta lo anterior para los siguientes ejercicios.

Método por sustitución

A) En este método, el docente plantea un sistema de ecuaciones y realiza unas preguntas que orienten al estudiante en el desarrollo del método para llegar a la solución:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

• Sea el sistema de ecuaciones:

$$2x+3y= -1 \text{ ecuación 1}$$

$$-5x+2y= -26 \text{ ecuación 2}$$

¿Cuál será la principal acción que se debe hacer en este método?

Sustituir o reemplazar.

¿Para llevar a cabo la acción anterior que crees que debas hacer inicialmente?

Despejar una incógnita en una de las dos ecuaciones.

¿Dónde debes sustituir la incógnita despejada?

En la otra ecuación

Solución al sistema

R/ $x = (-3y-1)/2$

$-5x+2y= -26$ ecuación 2, entonces:

$$-5 \cdot ((-3y-1)/2) + 2y = -26$$

$$(15y+5+2y)/2 = -26$$

$$(15y+5+4y)/2 = -26$$

$$15y+5+4y = -52$$

$$19y = -52-5$$

$$19y = -57$$

$$y = -57/19$$

$$y = -3$$

$$2x+3y = -1$$

$$2x+3(-3) = -1$$

$$2x-9 = -1$$

$$2x = -1+9$$

$$2x = 8$$

$$x = 8/2$$

$$x = 4$$

El docente socializará y retroalimentará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.

A partir de lo anterior, el docente institucionaliza el proceso de desarrollado para resolver un sistema de ecuaciones 2x2, por el método de sustitución, , así:

Método de sustitución

a) Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones dadas.

b) Se reemplaza la expresión obtenida en la otra ecuación, y se realizan las operaciones pertinentes para solucionar la ecuación.

c) Se reemplaza el valor de la incógnita hallada en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema para hallar la otra incógnita.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

B) Para finalizar, el docente solicita a los estudiantes, aplicar lo anterior en la solución de un problema por el método de sustitución (se indica que en el recurso interactivo solo se presenten los resultados, y el desarrollo se haga en el material del estudiante), así:

Si la entrada a cine de 13 adultos y 4 niños cuestan \$148600, y la de 6 de adulto y 12 niños cuestan \$148.800, halla el precio de la entrada de un niño y la de un de adulto.

R/

$x = \text{Entrada de adulto}$ $y = \text{entrada de niño}$

$$13x + 4y = 148.600$$

$$6x + 12y = 148.800$$

$$y = (148.800 - 6x) / 12$$

$$13x + 4((148.800 - 6x) / 12) = 148.600$$

$$13x + ((595.200 - 24x) / 12) = 148.600$$

$$(156x + 595200 - 24x) / 12 = 148.600$$

$$156x + 595200 - 24x = 1.783.200$$

$$132x = 1.783.200 - 595.200$$

$$x = 1.188.000 / 132$$

$$x = 9.000$$

$$6(9000) + 12y = 148.800$$

$$54.000 + 12y = 148.800$$

$$12y = 148.800 - 54.000$$

$$12y = 94.800$$

$$y = 94.800 / 12$$

$$y = 7.900$$

El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase

Método de igualación

Se proponen un sistema de ecuaciones para solucionar por igualación y las siguientes preguntas:

Según el nombre de este método ¿Qué crees que se haga inicialmente en este método?

R/ Igualar

¿Para llevar a cabo la acción anterior que crees que debas hacer inicialmente?

R/ Despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones

¿Cuál es el fin en este método?

R/ Obtener una sola ecuación con una sola incógnita.

Teniendo en cuenta las respuestas anteriores realiza el proceso para solucionar el siguiente sistema.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Sea el siguientes sistema de ecuaciones:

$$2x + 7y = -30 \text{ ecuación 1}$$

$$4x - 3y = 8 \text{ ecuación 2}$$

$$\bullet x = \frac{-7y - 30}{2}$$

$$x = \frac{(3y + 8)}{4}$$

$$\bullet \frac{-7y - 30}{2} = \frac{(3y + 8)}{4}$$

$$\text{c) } 4 \cdot (-7y - 30) = 2 \cdot (3y + 8)$$

$$-28y - 120 = 6y + 16$$

$$-28y - 6y = 120 + 16$$

$$-34y = 136$$

$$y = 136 / -34$$

$$y = -4$$

$$\text{d) } x = \frac{-7(-4) - 30}{2}$$

$$\text{e) } x = \frac{(28 - 30)}{2}$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$x = -1$$

El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase

A partir de los anterior, el docente institucionaliza el proceso desarrollado para resolver un sistema de ecuaciones 2x2, por el método de igualación, , así:

Método de igualación

- Se despeja una de las dos variables en las dos ecuaciones.
- Se igualan las dos expresiones obtenidas en el paso anterior.
- Se realizan las operaciones pertinentes hasta resolver la ecuación y así obtener una incógnita.
- Se reemplaza el valor de la incógnita hallada, en una de las ecuaciones despejadas

B) Para finalizar, el docente solicita a los estudiantes, aplicar lo anterior en la solución de problema por el método de igualación (se indica que en el recurso interactivo solo se presente los resultados, y el desarrollo se haga en el Material del estudiante), así:

El perímetro de un terreno rectangular es de 30m. El largo del terreno excede al ancho en 3m. Calcula las dimensiones del terreno.

R/

x= medida del largo del terreno

y= medida del ancho del terreno

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

$$2x+2y= 30$$

$$x= y+3$$

$$x= (-2y+30)/2$$

$$x= y+3$$

$$(-2y+30)/2 = y+3$$

$$-2y +30 = 2\cdot(y+3)$$

$$-2y +30 = 2y+6$$

$$-2y-2y = 6 -30$$

$$-4y = -24$$

$$y = -24/-4$$

$$y = 6$$

$$x= y+3$$

$$x= 6+3$$

$$x= 9$$

El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.

Método de eliminación

Se proponen un sistema de ecuaciones para solucionar por igualación, y las siguientes preguntas que se van a responder con la guía y ayuda del docente:

¿Cuál es el fin en este método según su nombre?

R/ Eliminar o reducir a una sola ecuación con una sola incógnita.

¿Cómo deben ser los coeficientes de una variable, en ambas ecuaciones, para que se pueda eliminar esta?

R/ Tener el mismo valor con diferente signo.

¿Qué se debe hacer para que los coeficientes de una variable tengan el mismo valor con diferente signo en las dos ecuaciones?

R/ Se multiplican entre los dos coeficientes de manera que queden con diferente signo.

Si multiplico la variable X de la ecuación 1 por el valor del coeficiente de X de la ecuación 2 y viceversa, ¿que se debe hacer con los demás términos de cada una de las ecuaciones para que se mantenga la igualdad?

R/ Multiplicar los demás términos de cada ecuación por la misma cantidad.

Sea el sistema de ecuaciones:

$$K+M= 42 \quad \text{ecuación 1}$$

$$4K+2M= 144 \quad \text{ecuación 2}$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

Observa los pasos que se realizan para encontrar los números, y en el Material del estudiante describe qué si hizo en cada paso:

$$(K+M= 42) \cdot (-2) = -2K-2M = - 84$$

$$(4K+2M= 144) \cdot (1) = 4K+2M = 144$$

$$-2K-2M = - 84$$

$$4K+2M= 144$$

$$2K+0= 60$$

$$2K+0 = 60$$

$$K = 60/2$$

$$K = 30$$

$$4K+2M = 144$$

$$4(30)+2M = 144$$

$$120+2M = 144$$

$$2M = 144-120$$

$$M = 24/2$$

$$M = 12$$

El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.

A partir de lo anterior, el docente institucionaliza el proceso desarrollado para resolver un sistema de ecuaciones 2x2, por el método de eliminación, así:

Método de eliminación

a) Se multiplican los términos de cada ecuación por los coeficientes de una de las dos variables, así: la primera ecuación se multiplica por el coeficiente de X de la segunda ecuación, y la segunda ecuación se multiplica por el coeficiente de X de la primera ecuación (a uno de los dos coeficientes se le debe de cambiar de signo para que al multiplicar por la ecuación, los valores de los coeficientes de X se diferencien solo en el signo).

b) Se suman las ecuaciones cancelándose una de las incógnitas.

c) Se realizan las operaciones y se resuelve la ecuación, hallando así el valor de una incógnita.

d) Se reemplaza el valor de la variable hallada en una de las ecuaciones iniciales y se obtiene la segunda incógnita.

B) Para finalizar, el docente solicita a los estudiantes, aplicar lo anterior en la solución de un problema por el método de eliminación (se indica que en el recurso interactivo solo se presente los resultados, y el desarrollo se haga en el Material del estudiante), así:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

En una excursión viajan vehículos de dos modelos, de 5 y 4 asientos. Si en total van 25 vehículos, en los que viajan 112 personas ¿Cuántos vehículos de cada modelo hay?

R/

$x = \text{cantidad de vehículos de 5 asientos}$
 $y = \text{cantidad de vehículos de 4 asientos}$

$$\begin{aligned} x+y &= 25 \\ 5x+4y &= 112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+y=25) \cdot (-5) &= -5x -5y = -125 \\ (5x+4y=112) \cdot (1) &= 5x + 4y = 112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -5x-5y &= -125 \\ 5x+4y &= 112 \\ -y &= -13 \\ y &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &= 25 \\ x+13 &= 25 \\ x &= 25-13 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

El docente retroalimentará y socializará el desarrollo del ejercicio, durante la clase.

Método de determinantes

Antes de iniciar con el desarrollo de ejercicios, el docente realiza un trabajo de introducción donde explique qué es un determinante, cuáles son sus elementos y cómo se resuelve un determinante, así:

- Un determinante es un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas, ejemplo:


$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$$




- Los elementos de un determinante son filas, columnas, diagonal principal y secundaria.

Para hallar el valor de un determinante se debe Restar al producto de los valores de la diagonal principal **$(2 \cdot 7)$** , el producto de la diagonal secundaria **$(-3 \cdot 4)$**

El desarrollo del ejemplo sería

$$(2 \cdot 7) - (-3 \cdot 4) = 14 - (-12) = 14+12 = 26$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p data-bbox="123 220 261 252">Desarrollo</p> 	<p data-bbox="316 220 461 315">El docente presenta el tema</p>	<p data-bbox="487 220 1036 256">Entonces 26 es el valor del determinante.</p> <p data-bbox="487 317 1260 415">Posteriormente el docente recomienda a los estudiantes ver un video, para que quede más claro el concepto, en el siguiente enlace:</p> <p data-bbox="487 445 1122 480">https://www.youtube.com/watch?v=7nKijJxTUVc</p> <p data-bbox="487 510 1260 701">Luego del video, el docente explica que para resolver un sistema de ecuaciones 2×2, se pueden usar los determinantes, aplicando el método o la regla de Cramer, para lo cual propone a los estudiantes ver un video, donde se desarrolla un problema. El video se puede observar en el siguiente enlace:</p> <p data-bbox="487 730 1159 766">https://www.youtube.com/watch?v=FJzCZ6ztPml</p> <p data-bbox="487 795 1260 858">El docente debe abrir un espacio para preguntas sobre los dos videos.</p> <p data-bbox="487 921 1260 1020">Después del video el docente define que los pasos para solucionar un sistema de ecuaciones de 2×2, usando la regla de Cramer, son:</p> <ul data-bbox="487 1050 1260 1719" style="list-style-type: none"> • Se forma el determinante del sistema de ecuaciones, escribiendo los coeficientes de las incógnitas, y este se escribe en el denominador. • Para hallar el valor de x se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los términos independientes, y en la segunda columna los coeficientes de y. • Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador, se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria. • El cociente entre estos dos es el valor de x. • Para hallar el valor de y se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los coeficientes de x y en la segunda columna los términos independientes. • Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador, se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria. • El cociente entre estos dos es el valor de y. <p data-bbox="487 1782 1260 1938">Para finalizar, el docente solicita a los estudiantes, aplicar lo anterior en la solución de un problema por el método de determinantes (se indica que en el recurso interactivo solo se presente los resultados, y el desarrollo se haga en el material del estudiante), así:</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Halla las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que su perímetro mide 90 cm y el ancho es el doble de la altura.</p> <p>R/</p> <p>$x =$ medida de la altura del terreno $y =$ medida del ancho del terreno</p> <p>$2x + 2y = 90$ $2x = y$, es decir $2x - y = 0$</p> <p>$x = 15m$ $y = 30m$</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>El docente presenta un resumen por medio de un recurso interactivo. Donde se presentan los elementos y características de las ecuaciones, una corta descripción de un sistema de ecuaciones 2×2, y los paso a paso de los diferentes métodos de solución de los sistemas de ecuaciones 2×2.</p>	<p>Recurso 5 Interactivo Se presenta un corto resumen de lo visto en el documento</p>
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>Q1. Soluciona el siguiente problema por eliminación y sustitución. El perímetro de un salón es de 26m, y 6 veces la medida del ancho equivale a 7 veces la medida del largo.</p> <p>$X =$ medida del ancho $Y =$ medida del largo</p> <p>$2x + 2y = 26$ $6x = 7y$ $X = 7 \quad y = 6$</p> <p>Q2. Soluciona el siguiente problema por igualación y determinantes. Las edades de Brenda y Julia suman 51 años. Si al triple de la edad de Julia le restamos la edad de Brenda nos da 95 años ¿Cuál es la edad de cada una?</p> <p>$X =$ edad de Julia $Y =$ edad de Brenda</p> <p>$X + y = 51$ $3x - y = 95$ $X = 34 \quad y = 17$</p> <p>Q3. Halla la solución del siguiente sistema de ecuaciones por el método gráfico.</p> <p>$-2X + 3Y = 1$ $3X - 4Y = -2$ $X = -2 \quad y = -1$</p>	<p>Recurso 6 Material del estudiante Ejercicios para resolver.</p>