

<b>Materia</b> Matemáticas	<b>Grado</b> 9	<b>Unidad de aprendizaje</b> No todo el cambio es constante, describiendo situaciones con funciones
<b>Título del objeto de aprendizaje</b> Reconocimiento de las características de la función cuadrática		

**Objetivos de aprendizaje**

1. Establecer representaciones de la función cuadrática a partir de situaciones que modelen su comportamiento.
  - Reconocer situaciones de su entorno que modelen movimientos parabólicos.
  - Establecer características de la función cuadrática a partir de diferentes tipos de representaciones: Gráfico, tabular, entre otros.
  - Reconocer las raíces de una función cuadrática a partir de diferentes representaciones, ya sean simbólicas, gráficas o de procedimientos algebraicos.

**Habilidad/ conocimiento**

**SCO1: Identifica situaciones del entorno que representen funciones cuadráticas**

- 1.1 Reconoce situaciones del entorno donde se describan movimientos parabólicos.
- 1.2 Representa gráfica o verbalmente situaciones asociadas a la interpretación de función cuadrática.
- 1.3 Reconoce en situaciones problema asociadas a la función cuadrática la relación de cambio y variación entre magnitudes.
- 1.4 Describe la situación problema relacionando su comportamiento a partir de registros verbales, gráficos entre otros

**SCO2: Representa gráficamente la función cuadrática**

- 2.1 Construye registros tabulares a partir de la asignación de valores a la variable independiente.
- 2.2 Relaciona los registros de la tabla resultante y determinar la correlación entre las magnitudes.
- 2.3 Realiza cambio del registro tabular al registro gráfico.
- 2.4 Determina el registro gráfico que representa una función cuadrática.
- 2.5 Establece relaciones entre el coeficiente del término cuadrático y el sentido de abertura de la gráfica de la función.
- 2.6 Determina el sentido de abertura de la gráfica a partir del signo del coeficiente del término cuadrático.

**SCO3: Determina las raíces de la función cuadrática.**

- 3.1 Reconoce el número de raíces de la función cuadrática.
- 3.2 Establece a partir de la gráfica de la función la existencia de raíces en los reales.
- 3.3 Identifica las raíces de la función cuadrática a partir del intercepto con eje  $X$
- 3.4 Realiza procesos de factorización para encontrar las raíces de la expresión algebraica que modela la función cuadrática.
- 3.5 Reconoce y aplica la formula general de la ecuación cuadrática para hallar las raíces de la función.

**Materia**  
Matemáticas

**Grado**  
9

**Unidad de aprendizaje**  
Un conjunto numérico especial: los complejos

**Título del objeto de aprendizaje**

Identifica las operaciones entre números complejos.

**Flujo de aprendizaje**

Introducción → Desarrollo → Actividades de comprensión → Resumen → Evaluación

- Introducción
  - Objetivos
- Actividades principales

Actividad 1. Reconociendo situaciones de la función cuadrática

Actividad 2. Graficando una función cuadrática

Actividad 3. Hallando las soluciones de las funciones

- Resumen
- Tarea

---

**Guía de valoración**

El estudiante estará en condiciones de construir tablas de valores y modelarlos en una gráfica en el plano cartesiano, trazando una curva parabólica. Identificará en planos cartesianos cuáles son gráficos que son representación de una función cuadrática, y resolverá funciones cuadráticas completas e incompletas por factorización y fórmula general.

---

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<b>Introducción</b> 	<b>Introducción</b>	<p>El docente presenta una animación en la que dos hombres alquilan un teatro para presentar una función, el cual tiene una capacidad para 1500 personas. Ellos esperan que el teatro se llene, y que cuando abran la taquilla para la venta de las boletas, ya se cuente con un número de personas en la fila que llene el teatro. Pero media hora antes de abrir el teatro no ha llegado nadie, y se preguntan cuántas personas habrá a las 9 am y cuántas personas entrarán al teatro; y un joven que los escucha les propone darles las respuestas a cambio de que compartan las ganancias con él. Los hombres acceden y el joven les plantea una ecuación igual a <math>A(t) = -3t^2 + 10t + 80</math>, y a partir de ella les indica que a las 9am habrán 80 personas en la fila, y que máximo entrarán al teatro 88.33 personas</p> <p><b>Actividad introductoria</b> Se realiza dos preguntas con respecto a la animación, las cuales deben ser resueltas en el material del estudiante.</p>	<p>Recurso 1 Animación</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso 2 Interactivo</p> <p>Material del estudiante</p>
<b>Desarrollo</b> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p><b>Actividad 1. Reconociendo situaciones de la función cuadrática (S/K1.1;1.2)</b></p> <p>El docente inicia la clase preguntándole a los estudiantes qué saben o qué imágenes les llega de la palabra parábola o parabólico.</p> <p>El docente presenta en esta actividad un ejercicio con dos numerales. En el primero, presenta varias situaciones para que el estudiante identifique cuáles de ellos pueden estar relacionados con movimientos parabólicos; y en el segundo numeral, el estudiante debe realizar un dibujo que represente al menos tres situaciones del ejercicio anterior, de las que eligió como representación del movimiento parabólico. Además el docente solicita a los estudiantes que verbalmente expresen las ideas de otros ejemplos diferentes a los del ejercicio, y cómo sería la gráfica que proyecta el recorrido de los ejemplos dados.</p> <p><b>Ejercicio 1</b> En algún momento habrás escuchado el término de parábola, esta se puede definir como una curva que siempre se está abriendo y cada punto de sus dos paredes está a una misma distancia de un punto o foco, En este documento trabajaremos una función cuya gráfica tiene forma de parábola.</p> <p>Identifica de los siguientes enunciados cuales se pueden solucionar por describen movimientos parabólicos, marcándolos con una ( V ).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El recorrido de un balón de futbol cuando saca el arquero al campo del rival ( V ).</li> <li>• El trayecto de una pelota de béisbol en un home run ( V ).</li> </ul>	<p>Recurso 3 Interactivo</p> <p>Completación</p> <p>Identificación de datos para graficar en el plano</p> <p>Preguntas con opción de resolver en el material del estudiante</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

- El trayecto de la caída de un objeto que parte del reposo al piso ( ).
- El trayecto que marca un clavadista del trampolín a la piscina ( V ).
- Una piedra es lanzada hacia arriba verticalmente y un joven la recibe antes de que inicie su descenso ( ).
- La figura que resulta de realizar un corte oblicuo o paralelo a un lado en un cono ( V ).
- El recorrido del mercurio en un termómetro al cambio de temperatura ( ).

El docente dará otros ejemplos de situaciones que se representan o resuelven por funciones cuadráticas y que no implican movimientos parabólicos. Para este ejercicio el joven realiza al menos tres dibujos de algunas de las situaciones anteriores que representan movimientos parabólicos, en el Material del estudiante. Posteriormente, el docente presenta un video donde se muestran diferentes movimientos que describen y no describen una parábola, para que el estudiante indique cuáles de ellos son movimientos parabólicos y los socialice en clase.

**Actividad 2. Graficando una función cuadrática (Sk/2.1;2.2;2.3;2.4;2.5;2.6)**

El docente presenta expresiones que representan funciones cuadráticas. Luego, los estudiantes con ayuda de sus conocimientos previos sobre funciones lineales y el acompañamiento del docente, grafican unas funciones cuadráticas tabulando inicialmente y ubicando estos puntos para unirlos en una curva en forma de parábola. Ya conoces la función lineal y una de sus características es que la variable tenía como exponente 1; para la cuadrática, la variable tiene como exponente máximo 2.

Su forma algebraica es de la forma  $y = ax^2 + bx + c$ . Donde  $a, b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ . Además  $y$  es la variable independiente y  $x$  la variable dependiente.

Son ejemplos de funciones cuadráticas:

$$y = x^2$$

$$y = ax^2 \text{ donde } b=0 \text{ } c=0$$

$$y = ax^2 + bx \text{ donde } c=0$$

$$y = ax^2 + c \text{ donde } b=0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

**Ejercicio 1.**

- Tabula y gráfica la siguiente función  $y = 3x^2$

**Recurso 4 Interactivo**  
Identificación de datos de una grafica  
Comparación de gráficos y ecuaciones  
argumentación de respuestas  
**Material del estudiante**

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

$x$	$y$
-2	12
-1	3
0	0
1	3
2	12

El estudiante debe trazar una parábola en el plano cartesiano uniendo los puntos que resultan en la tabla.

- Si tenemos la función  $y = -2x^2 + 3$  completa la siguiente tabla.

$x$	$y$
-2	-5
-1	1
0	3
1	1
2	-5

El estudiante debe trazar una parábola en el plano cartesiano uniendo los puntos que resultan en la tabla.

- Tabula y gráfica la ecuación  $y = x^2 - 4x$

$x$	$y$
-2	12
-1	5
0	0
1	-3
2	-4

El estudiante debe trazar una parábola en el plano cartesiano uniendo los puntos que resultan en la tabla.

- Tabula y gráfica  $y = -2x^2 + 4x + 2$

$x$	$y$
-2	-14
-1	-4
0	2
1	4
2	2

En el siguiente ejercicio el docente presenta unas preguntas que orientarán al estudiante en la importancia e influencia que tiene el valor de  $a$  (positivo o negativo) con el sentido de la abertura de la parábola (abertura hacia arriba o abertura hacia abajo).

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

**Ejercicio 2**

Con base en las gráficas anteriores responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué pasaría con la función cuadrática si a toma el valor de cero?

R/ Deja de ser función cuadrática.

- En los gráficos donde  $a < 0$  ¿Hacia dónde abre la parábola?

R/ hacia abajo.

- En los gráficos donde  $a > 0$  ¿Hacia dónde abre la parábola?

R/ hacia arriba.

- ¿Cuándo la parábola abre hacia arriba la función alcanza un punto máximo o un punto mínimo?

R/ Un punto mínimo.

- ¿Cuándo la parábola abre hacia abajo la función alcanza un punto máximo o un punto mínimo?

R/ Un punto máximo.

El docente en este ejercicio presenta cuatro gráficos de los cuales dos no representan una función cuadrática, aunque la primera gráfica es una parábola no representa una función porque los elementos de  $x$  estarían relacionados más de una vez con los de  $y$ ; la segunda gráfica porque no es una parábola, y la tercera y cuarta gráfica son parábolas y representan funciones.

**Ejercicio 3**

De las siguientes graficas señala con una (v) cuales representan una función cuadrática y por qué.

R/

La tercera y cuarta gráfica son representaciones de funciones cuadráticas.

Porque la imagen es una curva con forma de parábola que abre hacia arriba y la otra hacia abajo.

Finalmente el docente presentan en una gráfica con los elementos de una parábola, donde se señalan el vértice, el intercepto en  $y$ , y los interceptos en  $x$

**Actividad 3. Hallando las soluciones de las funciones (3.1;3.2;3.3;3.4;3.5)**

El docente presenta tres planos cartesianos con dos parábolas cada uno, mostrando los tres casos que se pueden presentar con dos raíces reales, con una raíz real o sin raíces reales, donde su solución está en el conjunto de los números complejos. En el otro ejercicio se presenta cómo solucionar las funciones cuadráticas por los métodos de factorización y fórmula general.

A partir de la gráfica, en una tabla de valores, o con procesos

**Recurso 4 Interactivo**

Identificación de datos de una grafica  
Comparación de gráficos y ecuaciones  
argumentación de respuestas

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

algebraicos, podemos conocer la solución o soluciones de una función cuadrática.

En una función cuadrática los puntos de corte con el eje x son la solución a dicha función.

**Ejercicio 1**

Basándote en la afirmación anterior escribe el número de raíces reales y el valor de dichas raíces, para cada una de las curvas que se presentan en cada gráfica, las cuales representan funciones cuadráticas

a) Numero de raíces reales 2

$$X = -6 \quad x = -2$$

b) Numero de raíces reales 2

$$X = 1 \quad x = 5$$

c) Numero de raíces reales 1

$$X = -4$$

d) Numero de raíces reales 1

$$X = 4$$

e) Numero de raíces reales 0

f) Numero de raíces reales 0

Ahora, basado en las gráficas anteriores, responde en el Material del estudiante:

¿Qué diferencias encuentras en las gráficas e y f con respecto a las otras?

R/ Que no tienen corte con el eje x.

¿A qué conjunto numérico crees que corresponden las soluciones de las gráficas e y f?

R/ Al conjunto de los números complejos.

**Ejercicio 2**

El docente en este ejercicio presenta funciones cuadráticas para solucionar por despeje de la incógnita, como es el caso de  $ax^2=0$ , por factorización y por fórmula general se presentan en algunas ecuaciones- ejemplo para que el estudiante tenga las bases conceptuales para trabajar en los demás ejercicios.

Vamos hallar la solución de la funciones cuadráticas expresadas como ecuaciones cuadráticas, donde se reemplaza y por el valor de cero, por lo tanto la igualdad queda de la forma  $2x^2+4x+2 = 0$

A) Iniciemos con las ecuaciones cuadráticas donde b y/o c son iguales a 0. En las cuales se distinguen 3 casos:

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Desarrollo</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de la forma <math>ax^2=0</math></li> </ul> <p>Halla el valor de x en <math>6x^2 = 0</math></p> <p>R/</p> $\begin{aligned} (6x^2)/6 &= 0/6 \\ X^2 &= 0 \\ \sqrt{X^2} &= \sqrt{0} \\ x &= 0 \end{aligned}$ <p>¿Cómo realizarías esta ecuación para llegar al valor de x? R/ Se despeja x y se realizan las operaciones</p> <p>¿Cuál es el valor de x? R/ 0</p> <p>¿Cuántas soluciones tiene? R/ una</p> <p>El docente preguntara a los estudiantes ¿Cuál creen que será la solución en este tipo de ecuaciones? R/ es cero   <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de la forma <math>ax^2+c=0</math></li> </ul> <p>Halla el valor de x en <math>-4x^2+16 = 0</math></p> <p>R/</p> <math display="block">\begin{aligned} -4x^2+16 &amp;= 0 \\ -4x^2 &amp;= -16 \\ x^2 &amp;= -16 / -4 \\ x^2 &amp;= 4 \\ \sqrt{(x^2)} &amp;= \sqrt{4} \\ X=2 \text{ y } X &amp;= -2 \end{aligned}</math> <p>¿Cuál o cuáles son los valores de x? R/ 2 y -2</p> <p>¿Cuántas soluciones tiene? R/ dos</p> <p>Da una descripción del proceso para realizar esta ecuación. Se despeja la x y se extrae la raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad.   <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de la forma <math>ax^2+bx=0</math></li> </ul> <p>Halla el valor de x en <math>7x^2+35x=0</math></p> <p>¿Qué caso de factorización identificas en este ejercicio? R/ Factor común</p> <p>Aplica el caso de factorización y haz una corta descripción de cómo solucionar este tipo de ecuación.</p> </p></p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

R/ Se factoriza por factor común.  
Se igualan a ceros los dos factores.  
Se despeja la x en cada una de las igualdades y se halla la solución.

$$\begin{aligned}
 7x(x+5) &= 0 \\
 7x &= 0 & x+5 &= 0 \\
 x_1 &= 0 & x_2 &= -5
 \end{aligned}$$

¿Cuál o cuáles son los valores de x?  
R/ 0 y 5

¿Cuántas soluciones tiene?  
R/ 2

El docente preguntara a los estudiantes ¿Cuál creen que será la solución en este tipo de ecuaciones?

Podrán llegar a una conclusión general como que una solución siempre será cero y la otra solución es un número real.

Finalmente el docente indica los pasos que se deben realizar para solucionar este tipo de ecuaciones, así:

Ahora solucionemos las ecuaciones cuadráticas completas

$$ax^2+bx+c=0$$

El docente explica que para solucionar este tipo de ecuaciones se verán dos métodos, así:

#### Por factorización

Sea la ecuación  $x^2+4x+3 = 0$

Según el nombre del método y con la experiencia de resolver  $ax^2+bx = 0$

Soluciona la ecuación presentada y describe el proceso que realizaste

- $(x+3) (x+1)=0$  R/ se factoriza.
- $x+3=0$      $x+1=0$  R/ se iguala cada factor a cero.
- $x_1 = -3$      $x_2 = -1$  R/ se solucionan las ecuaciones.

Después el docente solicita a los estudiantes resolver la siguiente ecuación, por factorización:

$$9x^2 + 12x + 4 = 0$$

R/

$$\begin{aligned}
 (3x+2) (3x+2) &= 0 \\
 3x+2 &= 0 & 3x+2 &= 0 \\
 x_1 &= -2/3 & x_2 &= -2/3
 \end{aligned}$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

**Desarrollo**



El docente presenta el tema

**Por fórmula general**

Este es otro método muy apropiado para hallar la solución de cualquier tipo de ecuaciones cuadráticas factorizables y no factorizables e igualmente aquellas donde la solución son valores que pertenecen al conjunto de los números complejos.

Como hemos visto las ecuaciones cuadráticas son de la forma  **$ax^2+bx+c=0$** .

Es muy importante identificar cuáles son los valores de a, b y c. para realizar el remplazo en la fórmula.

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a} \text{ fórmula general}$$

Soluciona la ecuación cuadrática  **$2x^2+7x+12$**  por la formula general identificando cada uno de los coeficientes y replázalos en la fórmula.

$$\frac{2x^2+7x+12}{(-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)})/2a}$$

R/

$$a=2 \quad b=7 \quad c=12$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{(7^2 - 4(2)(12))}}{(2(2))}$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{(49 - 96)}}{4}$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{(49 - 96)}}{4}$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{(-47)}}{4}$$

$$\frac{-7 \pm 6,85i}{4}$$

$$X_1 = \frac{-7 + 6,85i}{4} \quad y \quad X_2 = \frac{-7 - 6,85i}{4}$$

**Resumen**



Resumen

El docente presenta un resumen por medio de un recurso interactivo.

Donde da una corta reseña de lo que se trabajó en el documento, como la expresión de la función cuadrática, los elementos de la parábola en el plano y los paso a paso para solucionar las ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos

**Recurso 6 Interactivo**

Se presenta un corto resumen de lo visto en el documento

**Tarea**



Tarea

Q1. Relaciona cada uno de los gráficos con el enunciado que le corresponde, escribiendo la letra del grafico en el enunciado que corresponde.

a)  $a > 0 \quad X_1 = -4 \quad X_2 = 2$

d)  $a > 0 \quad X_1 \notin R \quad X_2 \notin R$

b)  $a < 0 \quad X_1 = -1 \quad X_2 = -5$

c)  $a < 0 \quad X_1 > 0 \quad X_2 = 0$

**Recurso 7 Material del estudiante**

Ejercicios para resolver.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Tarea



Tarea

Halla la solución de las siguientes ecuaciones por factorización y luego por fórmula general.

a)  $16x^2+40x+25=0$

Por factorización

$$(4x+5)(4x+5)=0$$

$$4x+5=0 \quad 4x+5=0$$

$$X = -5/4$$

Por fórmula general

$$(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a$$

$$a=16 \quad b=40 \quad c=25$$

$$x = (-40 \pm \sqrt{40^2 - 4(16)(25)}) / (2(16))$$

$$x = (-40 \pm \sqrt{1600 - 4(400)}) / 32$$

$$x = (-40 \pm \sqrt{1600 - 1600}) / 32$$

$$x = (-40 \pm \sqrt{0}) / 32$$

$$x = (-40 \pm 0) / 32$$

b)  $X^2+8x+15=0$

Por factorización

$$(x+3)(x+5)=0$$

$$X+3=0 \quad x+5=0$$

$$X=-3 \quad x=-5$$

Por fórmula general

$$(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a$$

$$a=1 \quad b=8 \quad c=15$$

$$(-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(15)}) / (2(1))$$

$$(-8 \pm \sqrt{64 - 60}) / 2$$

$$(-8 \pm \sqrt{4}) / 2$$

$$(-8 \pm 2) / 2$$

$$X_1 = (-8+2)/2 \quad x_2 = (-8-2)/2$$

$$X_1 = (-6)/2 \quad x_2 = (-10)/2$$

$$X_1 = -3 \quad x_2 = -5$$