

Materia Matemáticas	Grado 9	Unidad de aprendizaje No todo el cambio es constante, describiendo situaciones con funciones
Título del objeto de aprendizaje		Identificación de la función logarítmica

Objetivos de aprendizaje

Reconocer la función logarítmica a partir de modelos utilizados en contextos de las ciencias naturales.

1. Interpretar expresiones algebraicas que tienen logaritmos y representan situaciones de variación.
2. Interpretar situaciones de variación identificando relaciones de tipo funcional logarítmicas.
3. Establecer estrategias para representar funciones logarítmicas que caracterizan situaciones de variación.

Habilidad/ conocimiento

SCO 1: Interpreta situaciones que involucran algoritmos.

- 1.1 Identifica situaciones en las que se representa un modelo con logaritmos.
- 1.2 Identifica dentro de una situación que involucra logaritmos las magnitudes que mantienen una relación de dependencia.
- 1.3 Reconoce un patrón dentro de situaciones que le permiten determinar un modelo utilizando logaritmos.
- 1.4 Identifica qué representa el logaritmo presente en un modelo de una situación en contexto.
- 1.5 Reconoce el logaritmo de un número.
- 1.6 Generaliza el comportamiento de cantidades inmersas en una situación a partir de una ecuación que involucra logaritmos.
- 1.7 Construye situaciones que representan un modelo con logaritmos.

SCO 2: Caracteriza la función logarítmica

- 2.1 Caracteriza en situaciones con modelos de tipo logarítmico las magnitudes que mantienen una relación de dependencia.
- 2.2 Identifica en situaciones con modelos de tipo logarítmico como varía una magnitud respecto a la otra.
- 2.3 Reconoce la relación entre las magnitudes relacionadas en una situación con modelos de tipo logarítmico como una función.

SCO 3: Representa la función logarítmica

- 3.1 Construye registros gráficos que representan el comportamiento de una función logarítmica.
- 3.2 Reconoce el registro tabular como recurso para identificar la relación entre las magnitudes inmersas en funciones logarítmicas.
- 3.3 Nomina las magnitudes relacionadas en una función logarítmica por medio de variables.
- 3.4 Construye expresiones algebraicas que representan funciones logarítmicas.
- 3.5 Representa funciones logarítmicas en el plano cartesiano.
- 3.6 Interpreta información presente en una gráfica de función logarítmica.
- 3.7 Construye una situación a partir de una gráfica de función logarítmica.

Materia	Grado	Unidad de aprendizaje
---------	-------	-----------------------

Título del objeto de aprendizaje

Flujo de aprendizaje

Introducción → Desarrollo → Actividades de comprensión → Resumen → Evaluación

- Introducción

- Objetivos

Actividad de la Introducción

Actividad 1: Situaciones que involucran algoritmos.

Actividad 2: La función logarítmica.



Actividad 3: Representando la función logarítmica.

- Resumen

- Tarea

Guía de valoración

Se espera que el estudiante resuelva ejercicios donde se trabaja la función logarítmica, realiza gráficas y observa propiedades a partir de la gráfica.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
Introducción 	Introducción	<p>El docente presenta una animación en la cual se realiza una introducción histórica del trabajo con la función logarítmica.</p> <p>Los logaritmos se inventaron alrededor de 1590 por John Napier (1550-1617) y Jobst Bürgi (1552-1632) de manera independiente. El enfoque de los logaritmos de Napier, era muy diferente al nuestro; se basaba en la relación entre secuencias aritméticas y geométricas y no en la actual como función inversa (recíproca) de las funciones exponenciales. Las tablas de Napier, publicadas en 1614, contenían los llamados logaritmos naturales y eran algo difíciles de usar. Un profesor londinense, Henry Briggs, se interesó en las tablas y visitó a Napier. En sus conversaciones, ambos desarrollaron la idea de los logaritmos comunes y Briggs convirtió las tablas de Napier en las tablas de logaritmos comunes que fueron publicadas en 1617. Su importancia para el cálculo fue inmediatamente reconocida y alrededor de 1650 se imprimían en lugares tan lejanos como China. Dichas tablas siguieron siendo una poderosa herramienta de cálculo hasta el advenimiento de las calculadoras manuales de bajo precio alrededor de 1972, lo que ha disminuido su importancia como instrumento de cálculo, pero no su importancia teórica.</p> <p>En el material del estudiante se pide que indiquen un aspecto importante de los logaritmos.</p> <p>El docente socializa los objetivos y luego los presenta en el recurso.</p>	<p>Recurso Animación</p> <p>Material del estudiante</p> <p>Recurso Interactivo Presentación de objetivos</p>
Desarrollo 	El docente presenta el tema	<p>Actividad 1. Situaciones que involucran algoritmos.</p> <p>El docente presenta por medio de un recurso, diferentes situaciones, y pide a los estudiantes que propongan maneras para resolverlas.</p> <p>SITUACIÓN 1:</p> <p>La intensidad de un terremoto típicamente se mide entre 2 y 10 en la escala de Richter. Cualquier terremoto que se registra por debajo de 5 es un terremoto menor; pueden mover un poco el suelo, pero normalmente no son lo suficientemente fuertes para causar algún daño. Los terremotos que miden entre 5 y 7.9 en la escala de Richter son mucho más severos y cualquier terremoto por encima de 8 causará mucho daño. (El grado más alto jamás registrado para un terremoto fue de 9.5, durante el terremoto de 1960 en Valdivia, Chile.)</p> <p>Un terremoto mide una amplitud 392 veces más grande que A0. ¿Cuál es la magnitud de este terremoto usando la escala Richter, en décimas?</p> <p>SITUACION 2:</p> <p>El sonido se mide en una escala logarítmica usando una</p>	<p>Recurso Interactivo</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

unidad que se llama decibel. La fórmula se parece mucho a la de la escala de Richter:

$$d = 10 \log (P/P_0)$$

Donde P es la potencia o intensidad del sonido y P_0 es el sonido más débil que puede captar el humano.

Una bomba de agua caliente tiene un índice de ruido de 50 decibeles. Una lavadora de platos, tiene un índice de ruido de 62 decibeles. ¿Qué tan intenso es el ruido de la lavadora comparado con el ruido de la bomba?

SITUACIÓN 3:

La medida de acidez de un líquido se llama pH del líquido. Está basada en la cantidad de iones de hidrógeno (H^+) en el líquido. La fórmula del pH es:

Donde $[H^+]$ es la concentración de iones de hidrógeno, dada en una unidad llamada mol/L (“moles por litro”; un mol es 6.022×10^{23} moléculas o átomos).

Líquidos con pH bajo (hasta 0) son más ácidos que los que tienen un pH alto. El agua, que es neutral (ni ácida ni alcalina) tiene un pH de 7.0.

Si el jugo de limón tiene un pH de 1.7, ¿cuál es la concentración de iones de hidrógeno (in mol/L) en el jugo de limón, en centésimas?

El docente socializa con los estudiantes la manera en que los resolverían y luego les indica que estas situaciones se solucionan utilizando la función logarítmica y resalta las características similares de cada situación.

El docente presenta un recurso, en el cual se indica la definición de logaritmo de un número y ejercicios de práctica para que practiquen, el recurso debe permitir que completen los espacios vacíos en cada ejercicio.

Los logaritmos dados dos números reales positivos, a y b ($a \neq 1$), llamamos logaritmo en base a de b al número al que hay que elevar a para obtener b. La definición anterior indica que: $\log_a b = c$ equivale a $a^c = b$

$$\log_2 128 = 7 \leftrightarrow 2^7 = 128$$

$$\log_3 1/243 = -4 \leftrightarrow 3^{-4} = 1/243$$

$$\log_{1/2} 8 = -3 \leftrightarrow (1/2)^{-3} = 8$$

$$\log_{1/3} 1/9 = 2 \leftrightarrow (1/3)^2 = 1/9$$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

El docente luego de socializar los ejercicios de completar, pregunta a los estudiantes, ¿qué comportamiento tienen los números correspondientes a **a**?
 ¿Qué comportamiento tienen los números correspondientes a **b**?
 ¿Qué comportamiento tienen los números correspondientes a **c**?

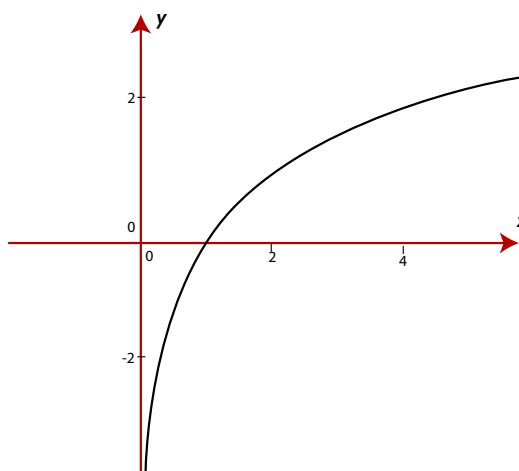
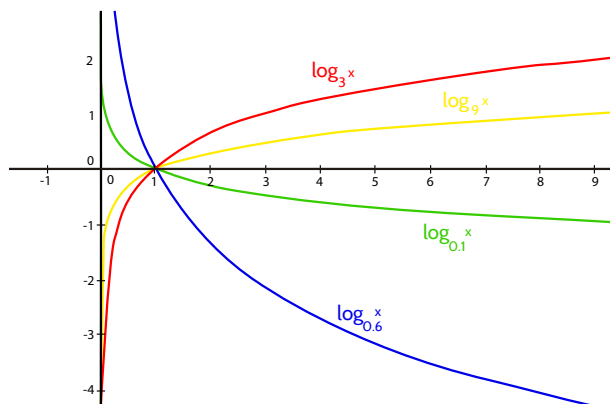
En el material del estudiante se presenta lo desarrollado en el recurso y se pide que construyan situaciones que representen un modelo con logaritmos.

Material del estudiante

Actividad 2. La función logarítmica

El docente presenta varias gráficas donde se representa la función logarítmica, pide a los estudiantes que las observen, que miren el crecimiento o decrecimiento cuando es positiva cuando es negativa, luego realiza las siguientes preguntas:

Recurso interactivo

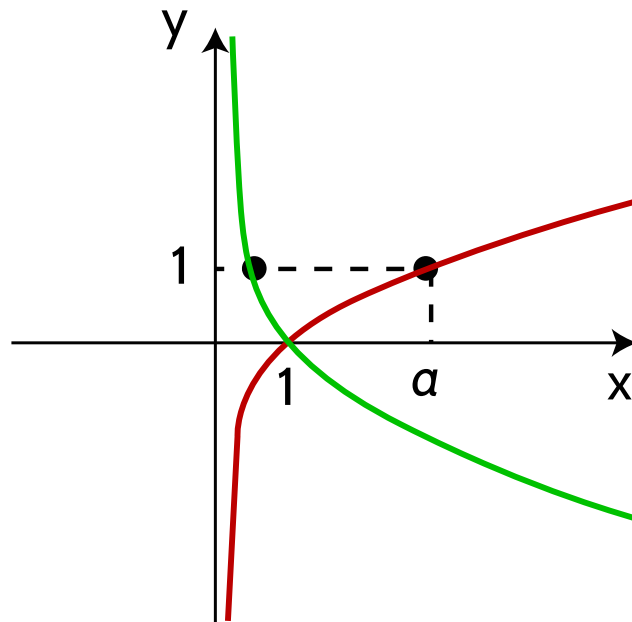


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema



¿Qué números conforman el dominio?

¿Qué números conforman el rango?

La intención es que el docente socialice y concluyan que el dominio se encuentra formado por los números reales positivos, y su recorrido, por todos los números reales.

¿En qué partes son continuas?

La intención es que observe que son continuas en su dominio.

Luego el docente pide que observe qué sucede cuando a es mayor que 1, la intención es que observen que si a es mayor que 1, la función es negativa para valores de x menores que 1 y es positiva para valores de x mayores que 1, siendo creciente en todo su dominio. Con una gráfica en el recurso luego de socializar se muestran las conclusiones.

Luego el docente pregunta qué sucede cuando a es menor que 1, la intención es que socialicen que par función es positiva para x menor que 1 y negativa para x mayor que 1, siendo decreciente en todo su dominio.

El docente pregunta: ¿Por qué puntos pasan siempre las gráficas que observaron?, se espera que socialicen y concluyan que siempre pasan por los puntos $[1,0]$ y $[a, 1]$.

El recurso muestra las preguntas y luego las conclusiones a partir de las gráficas.

Finalmente el docente presenta un recurso expositivo en el cual se presenta la siguiente situación:

Suponga una población cuyo modelo de crecimiento está dado por $t P t e^{0.02} () = 4$ millones a partir del año 2000. Si quisiéramos saber cuándo la población tendrá 5 millones de habitantes, debemos plantear la ecuación $t e^{0.02} 5$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo



El docente presenta el tema

= 4 y obtener el valor de t que satisface esta ecuación. Para resolverla deberemos usar el proceso inverso de la exponencial el cual es el logaritmo. La función logarítmica en base a es la función inversa de la función exponencial en base a. Es claro, viendo la gráfica de la función exponencial, que ella tiene inversa. Esta función inversa tiene una notación propia: loga. Los valores de esta función vienen dados por loga(x). Del concepto de función inversa, sabemos que $f^{-1}(f(x)) = x$ y $f(f^{-1}(y)) = y$. Puntualicemos entonces la definición de logaritmo Definición.- Sea $a > 0, a \neq 1$. El logaritmo de x con base a se define como $y = \log_a(x)$ si y solo si $a^y = x$, siempre y cuando $x > 0$.

Material del estudiante

En el material del estudiante se encuentra lo trabajado en el recurso y los estudiantes contestan las preguntas planteadas.

Actividad 3. Representando la función logarítmica.

Recurso interactivo

El docente presenta un recurso en el cual aparecen tabulados unos datos y los estudiantes deben realizar la gráfica, con ayuda del recurso y luego deben realizar el proceso inverso, es decir aparecen las gráficas y los estudiantes deben completar la tabla de datos.

Tablas para que con los datos realicen la gráfica:

<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,56	-1
1	0
1,73	1
3	2
5,21	3

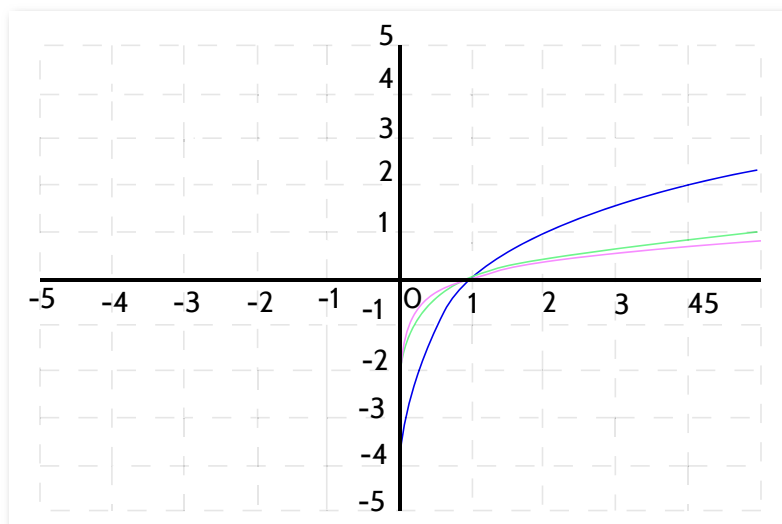
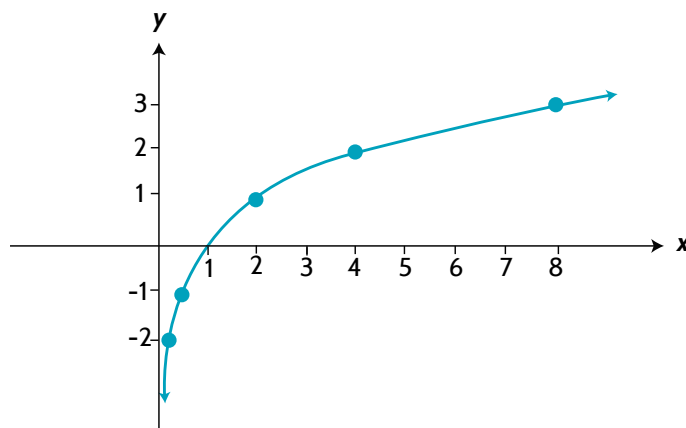
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,11	-1
0,33	0
1	1
3	2
9	3

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Desarrollo

El docente presenta el tema

Gráficas para que los estudiantes completen la tabla:



La intención es que los estudiantes reconozcan la relación entre las magnitudes relacionadas en la función logarítmica.

Luego para cada ejercicio el docente solicita que propongan la expresión algebraica que representa cada una de las funciones.

En el material de estudiante aparece lo que se trabajó en el recurso y los estudiantes responden y resuelven los ejercicios planteados.

Material del estudiante

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Resumen

Resumen

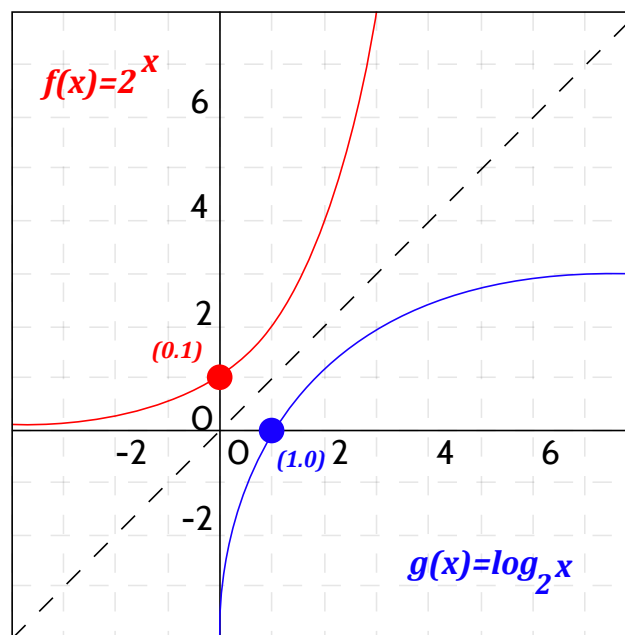
Se presenta un recurso expositivo con las conclusiones de lo trabajado durante las actividades.

Recurso interactivo

Material del estudiante



- Funciones logarítmicas son las que asocian a cada número x su logaritmo en una cierta base, a , $y = \log_a x$.
 - Su dominio son los reales positivos y el recorrido es \mathbb{R} .
 - Es continua.
 - Si $a > 1$ es creciente y decreciente si $0 < a < 1$.
 - Corta al eje OX en $(1,0)$ y pasa por $(a,1)$.
 - El eje OY es asíntota vertical.
- 9 Dados dos números reales positivos, a y b ($a \neq 1$), llamamos logaritmo en base a de b al número al que hay que elevar a para obtener b . $\log_a b = c$ equivale a $a^c = b$.



En el recurso se presenta una calculadora y se explican los pasos para hallar un logaritmo.

Para calcular logaritmos

$\log 9,043$
 tecla 9 . 043 log
 Aparecerá: 0.9563125
 Compruebalo con la tecla 10x
 Tecla INV 10X
 Aparecerá: 9.043
 si introduces:
 $\log 904,3$
 tecla 904 . 3 log
 Aparecerá : 2.9563125
 Observa: $904,3 = 9,043 \cdot 100$
 $\log 904,3 = \log 9,043 + 2$

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Resumen

Resumen

Cambio de base



$\log_3 9043$
 Teclea $9043 \log$
 Aparecerá : 3.9563125
 Teclea : $3 \log$
 Aparecerá: 0.4771212
 Teclea = y sale el resultado:
 8,2920484

En el material del estudiante aparece la información dada.

Se presenta un recurso expositivo con las conclusiones de lo trabajado durante las actividades.

- Funciones logarítmicas son las que asocian a cada número x su logaritmo en una cierta base, a , $y = \log_a x$.
 - Su dominio son los reales positivos y el recorrido es \mathbb{R} .
 - Es continua.
 - Si $a > 1$ es creciente y decreciente si $0 < a < 1$.
 - Corta al eje OX en $(1,0)$ y pasa por $(a,1)$.
 - El eje OY es asíntota vertical.
- 9 Dados dos números reales positivos, a y b ($a \neq 1$), llamamos logaritmo en base a de b al número al que hay que elevar a para obtener b . $\log_a b = c$ equivale a $a^c = b$

Tarea

Tarea

En el recurso se presentan los ejercicios que deben desarrollar en el material del estudiante.



1. Completa la tabla

Forma logarítmica	Forma exponencial
$\log_{16} 4 = 1/2$	
	$3^{-1} = 1/3$
$\log(0.001) = -3$	

2. Graficar las siguiente funciones:

1. $f(x) = \log(x^2 - 9)$
2. $f(x) = 2 \log_3 x$

3. Resuelve las siguientes situaciones problema:

- 1) La población de un país $P(t)$ en millones de habitantes, t años después de 1990, está modelada por $P(t) = P_0 e^{0.002r}$ ¿Cuándo se duplicará la población?
- 2) La población de un país $P(t)$ en millones de

Ejercicios para resolver

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
-------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------

Tarea



Tarea

habitantes, t años después de 1999, está modelada por $P(t) = 22e^{0.004t}$ ¿Cuándo la población llegará a los 35 millones de habitantes? Suponga que el modelo permanece en el tiempo.