

Nombre

Clase

 Trabajo en clase

Introducción

1. Lee con atención la siguiente situación. Luego, dibuja la situación y escribe una estrategia para resolver la pregunta.

Piedad comparte en Facebook la imagen del tesoro con 4 de sus amigos.



Luego, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes, la misma imagen.

Nuevamente, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes más, la misma imagen.

► ¿En el siguiente paso a cuántas personas se les compartirá el anuncio?

La imagen se compartirá a _____ amigos diferentes.

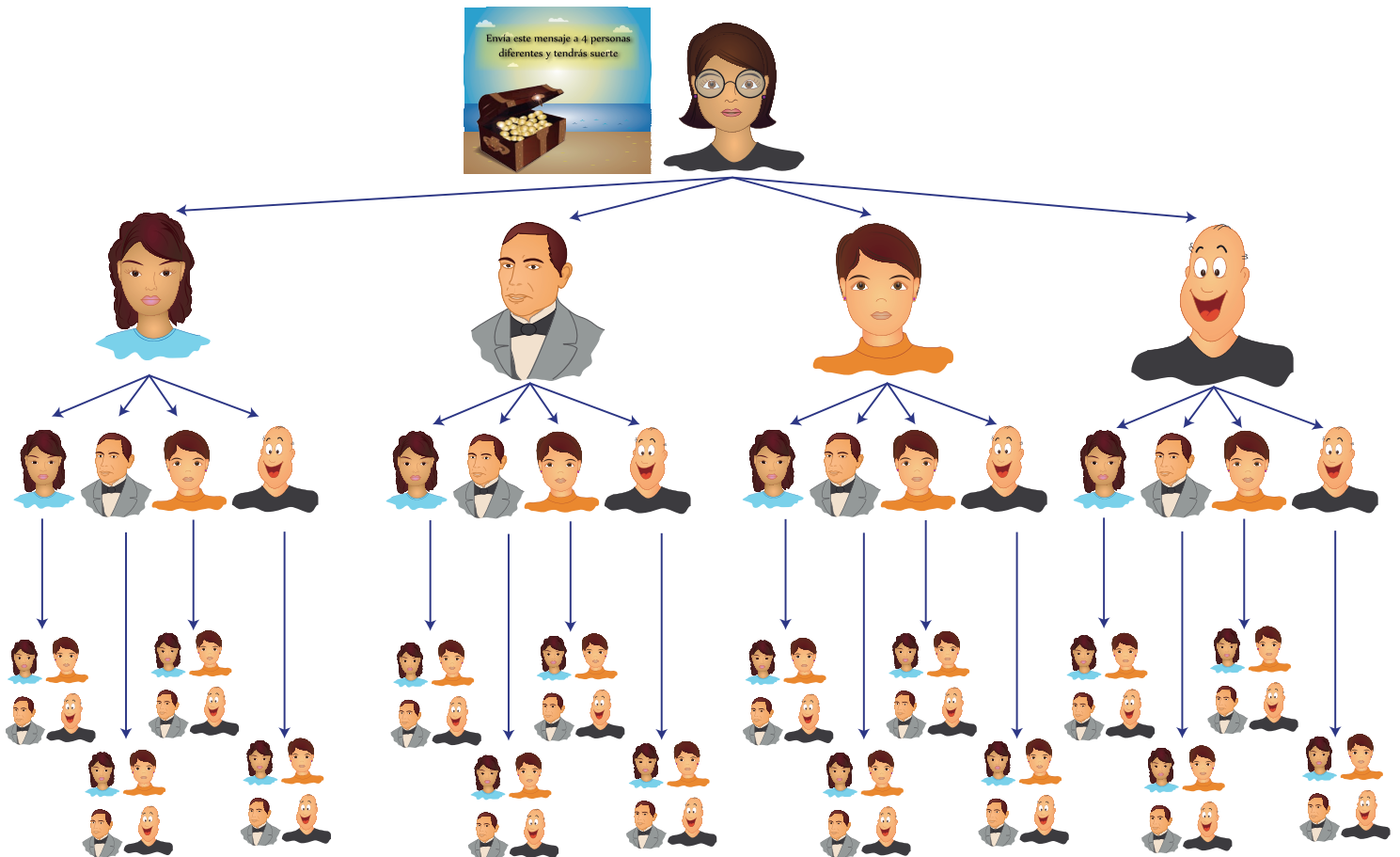
Objetivos de aprendizaje

- Reconocer las propiedades de la potenciación y radicación de números reales.
- 1. Determinar la definición de potenciación.
- 2. Usar las propiedades de la potenciación para la simplificación de expresiones algebraicas.
- 3. Determinar la definición de radicación.
- 4. Usar las propiedades de la radicación para simplificar expresiones algebraicas.
- 5. Realizar simplificación de radicales definiendo operaciones entre ellas.
- 6. Determinar procedimientos para racionalizar fracciones algebraicas.

⚙️ Actividad 1

Redes sociales y potenciación

1. Observa el diagrama. Luego completa las expresiones que describen la cantidad de personas con las que se ha compartido la imagen en cada nivel.



2. Completa las expresiones matemáticas.

a) $5^{\square} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\underline{\hspace{1cm}}^2 = 8 \times \underline{\hspace{1cm}} = 64$

c) $\underline{\hspace{1cm}}^{\square} = 3 \times 3 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

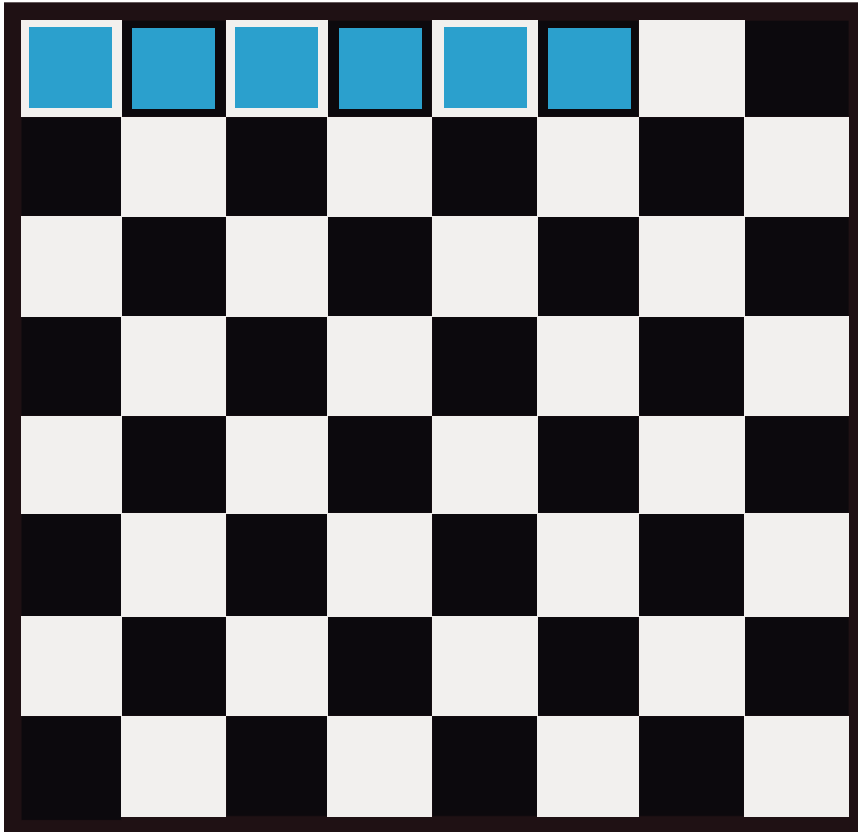
d) $4^2 = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = 16$

e) $10^{\square} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Lee con atención la leyenda sobre la historia del ajedrez que Piedad encontró en Facebook. Luego, completa las primeras casillas del tablero de ajedrez de acuerdo a lo expuesto en la historia.

Existe una leyenda que dice que hace mucho tiempo existió un rey que era muy bueno, pero una vez luchando contra un reino enemigo perdió a su hijo en una batalla, y por tal motivo se puso muy triste y se aisló en su castillo reviviendo una y otra vez la batalla donde murió su hijo, recreándola de muchas formas, y en ninguna podía salvar a su hijo y a su reino al mismo tiempo. Un joven que sabía el dolor que el rey sentía pidió una entrevista con él, luego de muchos intentos logro que el rey le diera la entrevista, el joven mostró al rey el juego del ajedrez y le enseñó su similitud con una batalla real. El rey que era un gran amante de los planes de guerra no tardó mucho tiempo en entender el juego, el joven le enseñó al rey como era de importante sacrificar alguna pieza para lograr el partido (haciéndole ver que el sacrificio que su hijo había hecho fue lo mejor para el reino). El rey comprendió su error y aceptó la muerte de su hijo, y le dijo al joven que le daría la recompensa que él pidiese, el joven le pidió la siguiente recompensa: por la primera casilla del tablero quiero un grano de trigo, por la segunda casilla quiero 2 granos de trigo, por la tercera casilla quiero 4 granos de trigo, por la cuarta casilla quiero 8 granos de trigos y así sucesivamente por las demás casillas, el rey ordenó que entregaran la recompensa inmediatamente y agregó que era un pedido muy poco digno de su generosidad, los sabios del rey al tratar de encontrar el número que correspondía a la cantidad de granos de trigo se dieron cuenta que era un número muy grande de imaginar en esos días. Así fue como el rey aprendió otra lección a ser prudente y le pidió al joven se quedara en el castillo y trabajara como uno de sus asesores.

¿Cuánto maíz se coloca en esta casilla? Escribe en potencia.



4. Piedad encontró un juego de problemas en Facebook. Ayúdala a resolver el siguiente problema.

¿Qué tan genio eres?

“Al ir a San Dimas encontré a un señor con siete Divas.
Cada Diva con siete sacos; cada saco con siete gatos; cada gato
con siete mininos. Mininos, gatos, sacos y divas

¿Cuántos iban a San Dimas?”

Encierra la respuesta correcta al problema.

343

28

2401

Justifica tu elección: _____

5. Lee atentamente cada una de las propiedades de las potencias y plantea un nuevo ejemplo.

a. Potencia de otra manera

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Los exponentes se multiplican

Ejemplo: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$

Porque: $2^3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

b. Producto de potencias de igual base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Los exponentes se suman

Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

Porque: $2^3 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

c. Cociente de potencias de igual base

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Los exponentes se restan

Ejemplo: $2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$

Porque: $2^5 : 2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 2^3$

d. Distributiva respecto a la multiplicación y a la división

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \quad \text{Los exponentes se restan}$$

Ejemplo: $(3 \cdot 2)^2 = 3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$

Porque: $(3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 36$

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

Ejemplo: $(6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2 = 4$

Porque: $(6 : 3)^2 = 2^2 = 4$

5. Simplifica la siguiente expresión matemática, luego compara la respuesta con la propuesta en el recurso interactivo.

$$\frac{2^4 - (2^5)^8 - 2^6}{(2^4)^3 - 16 - (2^7)^3 - 2^{10}} =$$

6. La potenciación también es utilizada para las bases negativas. Completa las siguientes potencias. Luego, contesta.

$$1^3 = (\quad)(\quad)(\quad) = 1$$

$$(-3)^4 = (\quad)(\quad)(\quad)(\quad) = \underline{\quad}$$

$$(-5)^3 = (\quad)(-5)(\quad) = \underline{\quad}$$

$$(-1)^3 = (\quad)(\quad)(-1) = \underline{\quad}$$

$$(2)^5 = (\quad)(2)(\quad)(\quad)(2) = \underline{\quad}$$

$$1^2 = (\quad)(\quad) = 1$$

$$(-1)^2 = (\quad)(\quad) = 1$$

a. ¿Encuentras alguna regularidad entre las potencias de base positiva y base negativa con el mismo exponente?

b. ¿Qué sucede con los exponentes pares?

c. ¿Qué sucede con los exponentes impares?

6. Los exponentes no solo son números enteros, también pueden ser números racionales. Observa.

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} \quad \rightarrow \quad 36^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{36^1} = 6$$

Une con una línea de diferente color cada pareja, según corresponde.

$$8^{\frac{2}{3}} =$$

$$8^{\frac{1}{3}} =$$

$$8^{\frac{3}{2}} =$$

$$8^{\frac{4}{3}} =$$

$$8^{\frac{7}{9}} =$$

$$8^{\frac{1}{2}} =$$

$$\sqrt[3]{8^2}$$

$$\sqrt[2]{8^1}$$

$$\sqrt[9]{8^7}$$

$$\sqrt[3]{8^4}$$

$$\sqrt[3]{8^2}$$

$$\sqrt[3]{8}$$

7. Simplifica la siguiente expresión matemática, luego compara la respuesta con la propuesta en el recurso interactivo.

$$\sqrt[4]{16^2} \cdot 4^{\frac{3}{5}} \cdot \left(4^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{3}{7}} \cdot \frac{4^3 \cdot 4^{\frac{2}{7}}}{4^{\frac{11}{5}} \cdot 4^{\frac{6}{7}}} =$$

Actividad 2

1. Completa los espacios faltantes en la siguiente situación.



▶ A las 8:00 am fue compartido 1331 veces.

▶ Piedad compartió la imagen a las 7:58 am a _____ amigos diferentes y cada uno de estos amigos lo compartió a las 7:59 am a _____ amigos diferentes.

2. Observa en el siguiente ejemplo la relación que hay entre la potenciación y la radicación.

$$5^3 = 125 \rightarrow \sqrt[3]{125} = 5$$

En la radicación se busca encontrar la base. Para este ejemplo ¿qué número multiplicado por sí mismo tres veces da 125?

▶ Completa las siguientes expresiones.

$3^4 = \square \rightarrow \sqrt[4]{81} = \square$

$\square^2 = 16 \rightarrow \sqrt{\square} = 4$

$2^4 = \square \rightarrow \sqrt[4]{16} = \square$

$\square^4 = 625 \rightarrow \sqrt[4]{625} = \square$

$7^3 = 343 \rightarrow \sqrt[3]{343} = \square$

3. Resuelve el siguiente problema.

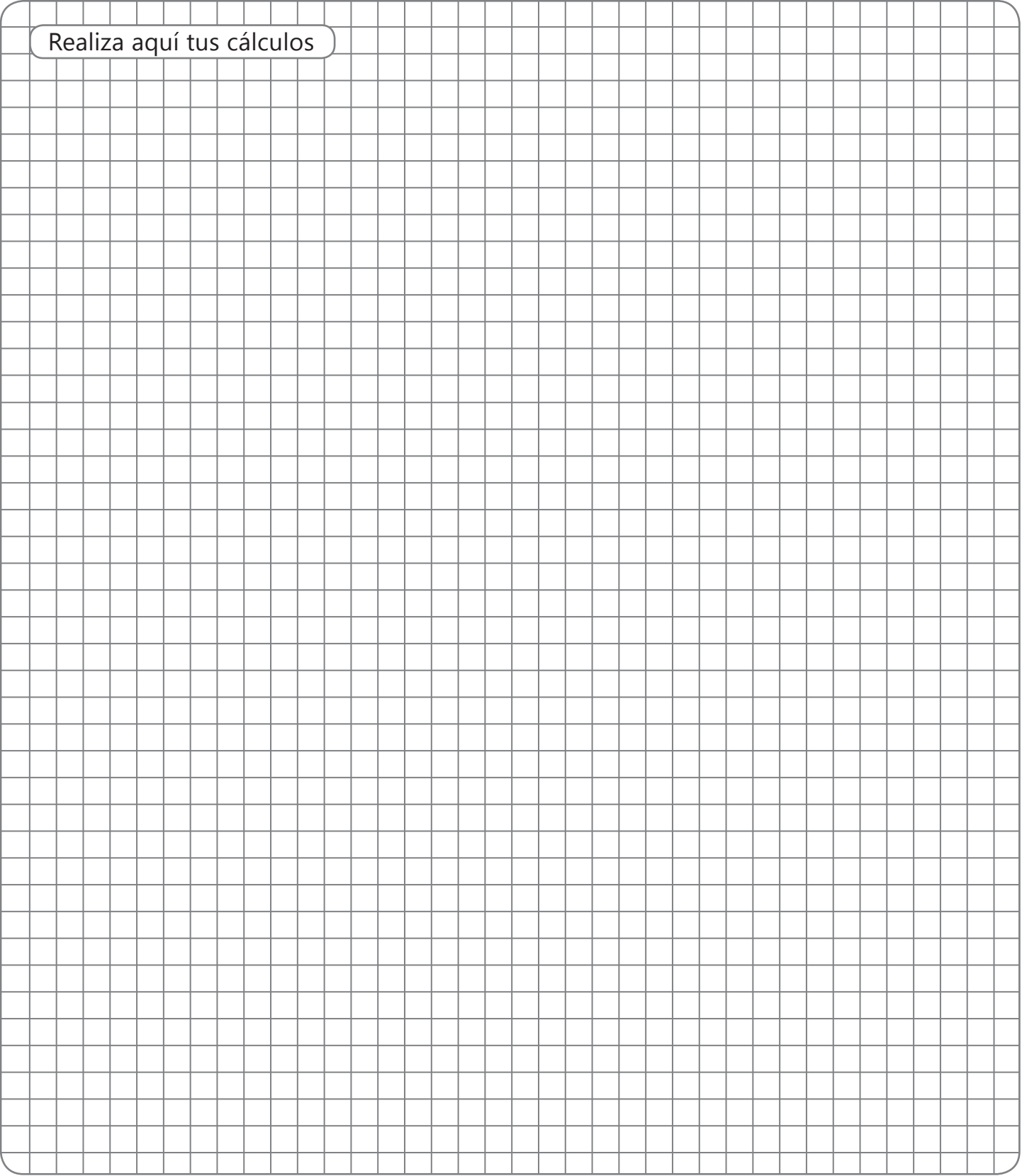
¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de 867 m² si su longitud es triple que su ancho?

Describe el proceso que empleaste para solucionar el problema.

Respuesta:

4. Utilizando la relación entre radicación y potenciación genera las propiedades de la radicación. Luego, compáralas con las propuestas en el recurso interactivo.

Realiza aquí tus cálculos



5. La radicación es utilizada para potencias negativas. Observa y luego contesta.

¿Encuentran alguna regularidad entre las potencias positivas y negativas con el mismo

$$\sqrt[3]{-1} = (-1)$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{-81} = \text{Indefinida}$$

$$\sqrt{-1} = \text{Indefinida}$$

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt[4]{-16} = \text{Indefinida}$$

¿Qué sucede con los índices pares?

¿Y con los impares?

6. Simplifica la siguiente expresión utilizando las propiedades de la potenciación y de la radicalización. Luego, compara tu respuesta con la propuesta en el recurso interactivo.

$$\frac{\sqrt[3]{8} \cdot 3 \cdot 3^9 \cdot \sqrt[3]{8^2} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}$$

⚙️ Actividad 3

Fracciones algebraicas

Una **fracción algebraica** es una expresión fraccionaria en la que **numerador** y **denominador** son polinomios.

1. Encierra las fracciones algebraicas

$$\frac{x+8}{x^2-x+4}$$

$$\frac{x+7}{4}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$x^{\frac{1}{3}}+8$$

$$\frac{\sqrt{x}}{5x^3+x^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{\sqrt{x+5}}{5x^3+x^2+x}$$

Cuando las **fracciones algebraicas** tienen denominadores con **raíces** se utiliza la **racionalización** para eliminarlos y se debe distinguir entre **monomios** y **binomios**.

Racionalizar el denominador.

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}}, \text{ donde } x = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

Usa la propiedad Distributiva. Simplifica los radicales, donde sea posible.

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$$

Recuerda que:

El denominador es \sqrt{x} , entonces toda la expresión puede multiplicarse por $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ para eliminar el radical en el denominador.

$$\rightarrow \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{xy}}{x}$$

Para **racionalizar** una fracción cuyo denominador es un **binomio** se utiliza el **conjugado**.

El conjugado de una expresión es la misma expresión con signo contrario.

2. Completa la siguiente tabla escribiendo el binomio o su conjugado.

Término	Conjugado
$\sqrt{2} + 3$	$\sqrt{2} - 3$
<input type="text"/>	$\sqrt{x} + 5$
$8 - 2\sqrt{x}$	<input type="text"/>
<input type="text"/>	$1 - \sqrt{xy}$

Observa el proceso de racionalizar una expresión.

Racionalizar el denominador y simplificar.

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$$



$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \cdot \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}}$$

Encuentra el conjugado de $\sqrt{x+2}$. Luego multiplica el numerador y el denominador por $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}}$

$$\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}$$



$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \sqrt{x+2} \sqrt{x-2}} \quad 2.$$

Usa la Propiedad Distributiva para multiplicar los binomios en el numerador y el denominador.



$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \sqrt{x+2} \sqrt{x-2}}$$

Simplifica, recuerda que

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$$

como multiplicaste por el conjugado del denominador, los términos radicales en el denominador se combinan como 0.

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x - 4}$$

3. Racionaliza la siguiente expresión. Luego compara tu respuesta con la propuesta en el recurso interactivo.

$$\rightarrow \frac{5 - \sqrt{7}}{3 + \sqrt{5}}$$

 Resumen

1. Completa el siguiente mapa conceptual, de acuerdo a lo visto en el recurso interactivo.

Operaciones

Potenciación

Proceso de _____ un número a alguna potencia. Es una _____ abreviada.

Potencia de otra manera

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Ejemplo:

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

Los exponentes se multiplican

Porque:

$$2^3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

Producto de potencias de igual base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

Los exponentes se multiplican

Porque:

$$2^3 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

Operaciones

_____ inversa a la potenciación que permite conocer la _____

Raíz de raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = \pm 2$$

Porque:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3]{8} = \pm 2$$

Simplificación de exponentes e índices

Ejemplos:

$$(\sqrt[3]{8})^6 = 8^2 = 64$$

Porque: $(\sqrt[3]{8})^6 = 2^6 = 64$

$$\sqrt[2]{3^2} = 3$$

Porque: $\sqrt[2]{3^2} = \sqrt{9} = 3$

Racionalización

Proceso de eliminación de las _____ presentes en el _____ de una fracción

Racionalizar el denominador.

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}}, \text{ donde } x = 0$$

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{xy}}{x}$$

Cociente de potencias de igual base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo: $2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$

Los exponentes se restan

Porque: $2^5 \cdot 2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 2^3$

Distributiva respecto a la multiplicación y a la división

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Ejemplo: $(3 \cdot 2)^2 = 3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

Ejemplo: $(6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2 = 4$

Los exponentes se restan

Porque: $(3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 36$

Porque: $(6 : 3)^2 = 2^2 = 4$

Propiedad distributiva respecto del producto y de la división

Ejemplos:

$$\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$$

$$\sqrt[2]{25 \cdot 4} = \pm \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \pm 5 \cdot 2 = \pm 10$$

Porque: $\sqrt{100} = \pm 10$

$$\sqrt[3]{27 \cdot 8} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} = 3 \cdot 2 = 6$$

Porque: $\sqrt[3]{216} = 6$

Tarea

1. Escribe diferentes situaciones en las que utilices potenciación y radicación. Describe matemáticamente cada situación.
2. Simplifica las siguientes expresiones usando las propiedades de la radicación y la potenciación.

a.
$$\frac{2^5 \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot 8^5 \cdot 2^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^3 \cdot 2^5}$$

b.
$$\sqrt{\frac{3 \cdot 5^3 \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{5^2 \cdot 3^8}}$$

c.
$$\frac{7^4 \cdot 7 \cdot \frac{7^3}{3^2} \cdot 3^4}{3^2 \cdot 7^{\frac{1}{3}}}$$

3. Racionaliza las siguientes fracciones

a.
$$\frac{x+4}{\sqrt{x}-4}$$

b.
$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

c.
$$\frac{x-9}{7-\sqrt{x}}$$

Lista de figuras

Figura 1. *Tesoro*

Figura 2. *Redes Sociales*

Figura 3. *Tablero de ajedrez*

Figura 4. *Tesoro*